

Génie électrique et électronique
Microtechnique

MSE-101(b)

Plasticité, Dureté et Ténacité

Roland Logé

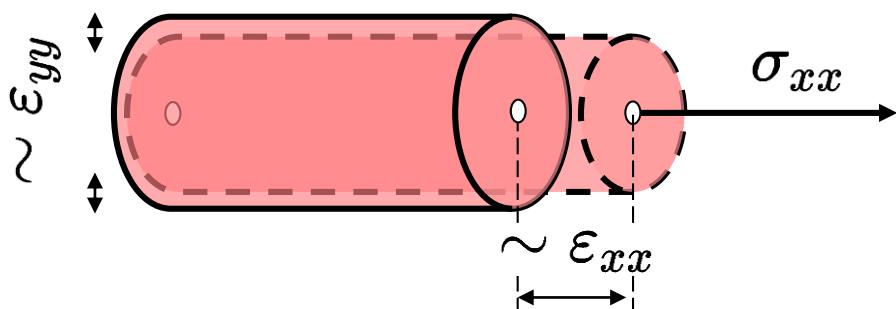
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

EPFL

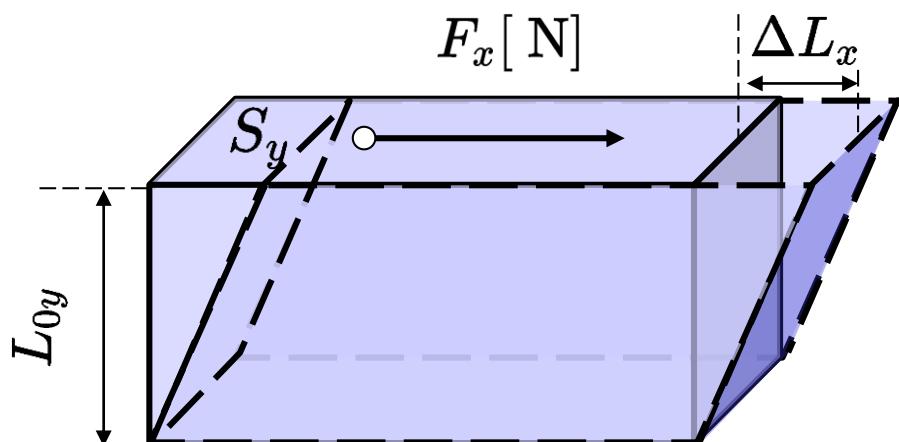
Rappel

Lorsqu'un corps est soumis à des forces (**contraintes**) externes, il se **déforme**. En dessous d'une limite élastique, la déformation est réversible

Traction uniaxiale



Cisaillement



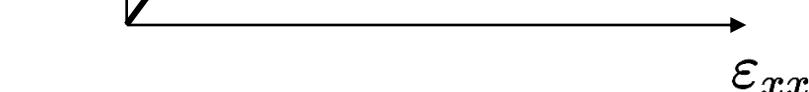
$$\text{Loi de Hooke: } \sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}$$

$$\varepsilon_{yy} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

$$\varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

E [Pa] : module d'élasticité

ν : coefficient de Poisson



$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\Delta L_x}{L_{0y}}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{F_x}{S_y}$$

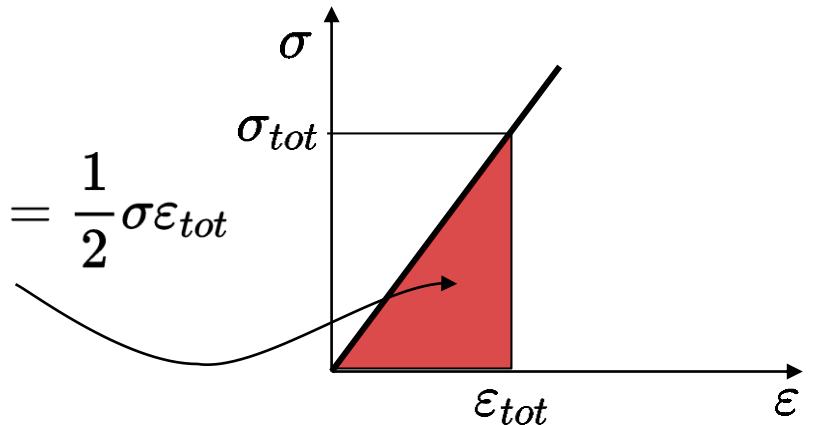
$$\sigma_{xy} = G 2 \varepsilon_{xy} = G \frac{\Delta L_x}{L_{0y}}$$

Rappel

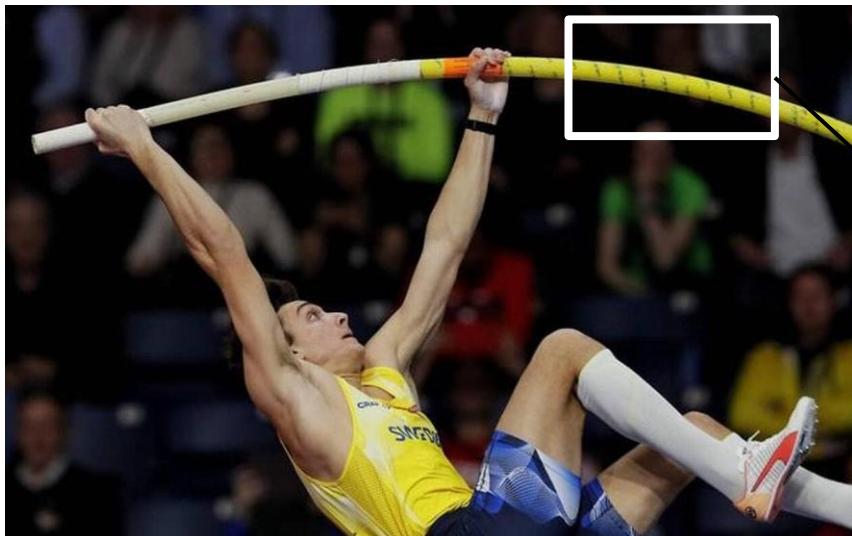
L'énergie élastique (qui peut être restituée lors d'une décharge) est donnée par:

$$W \text{ [J]} = S_0 L_0 \frac{E \varepsilon_{tot}^2}{2} = V \frac{E \varepsilon_{tot}^2}{2}$$

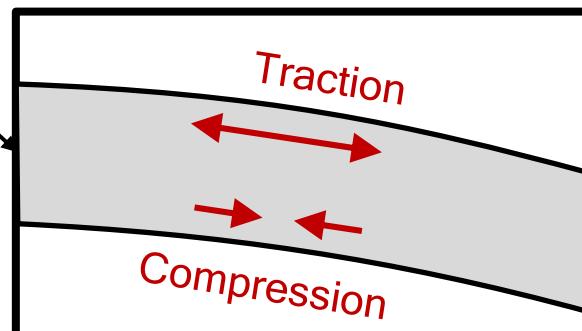
Densité d'énergie élastique [J/m³]: $\omega = \frac{1}{2} E \varepsilon_{tot}^2 = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon_{tot}$



Duplantis en action: flexion de sa perche

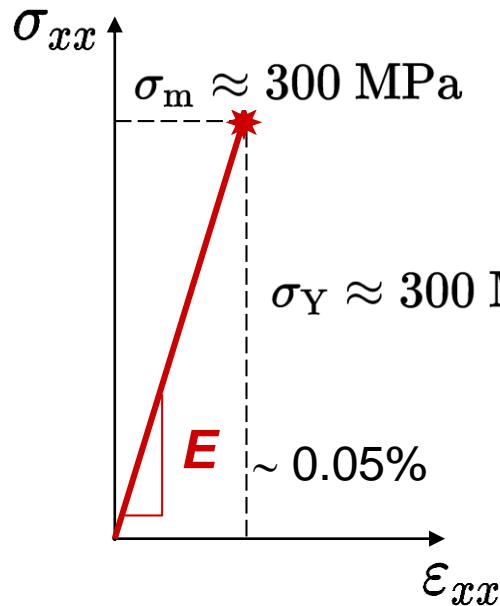


Déformation élastique inhomogène d'une perche



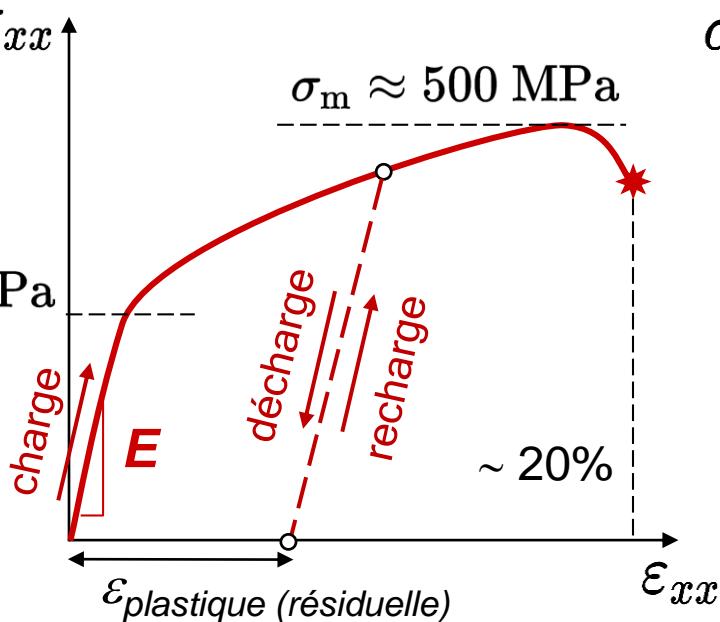
Rappel

Au-delà d'une limite élastique, **les métaux et les polymères** peuvent se déformer plastiquement.



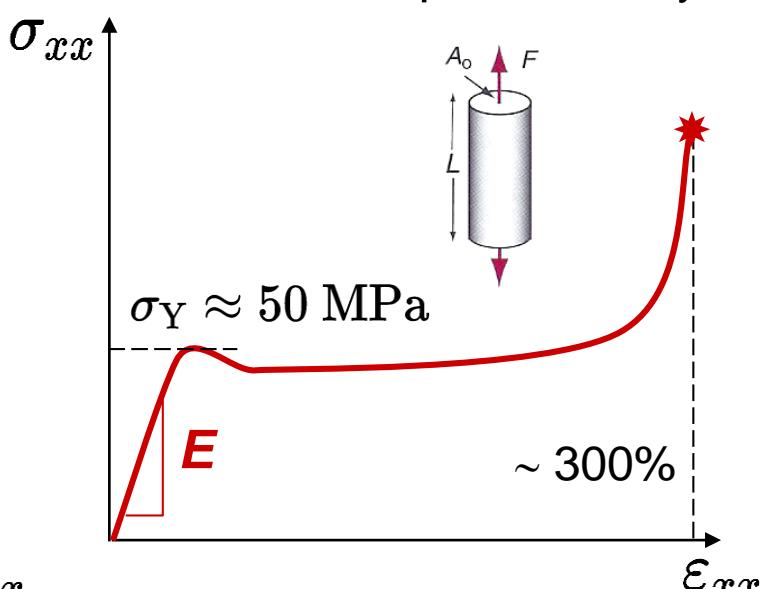
Céramiques

Comportement quasi-élastique jusqu'à la rupture. **Très faible ductilité.**



Métaux

Comportement élastique, puis plastique avec durcissement, striction et rupture. **Bonne ductilité.**

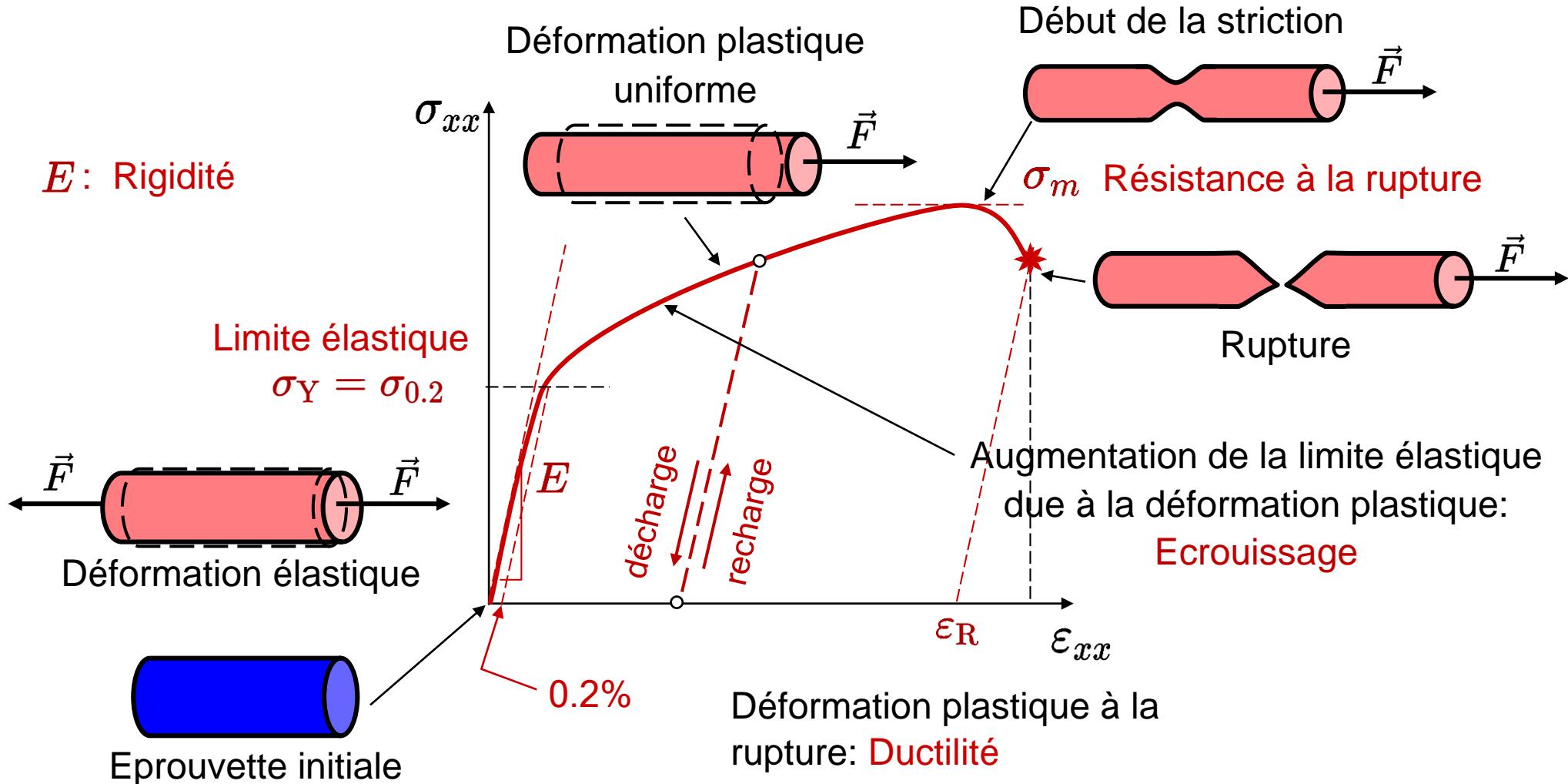


Polymères ductiles

Faible limite élastique, **grande ductilité**, durcissement final et rupture.

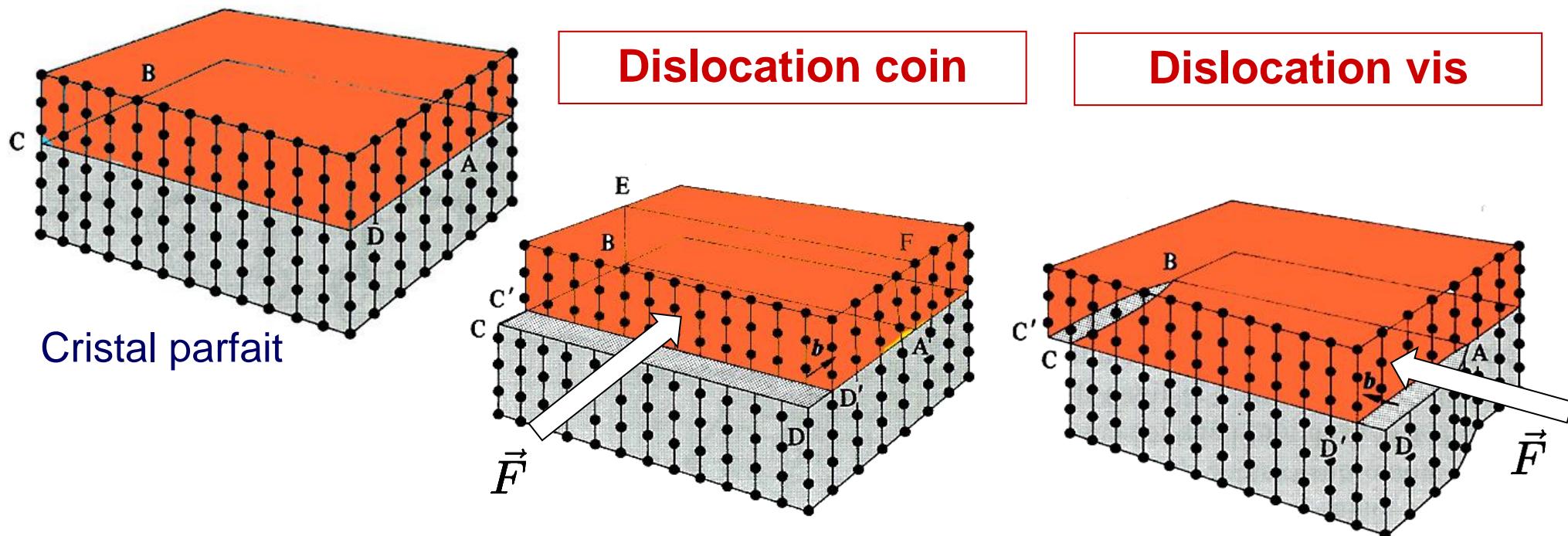
Métaux

Pour un métal typique, les étapes de la déformation en traction sont:



Métaux

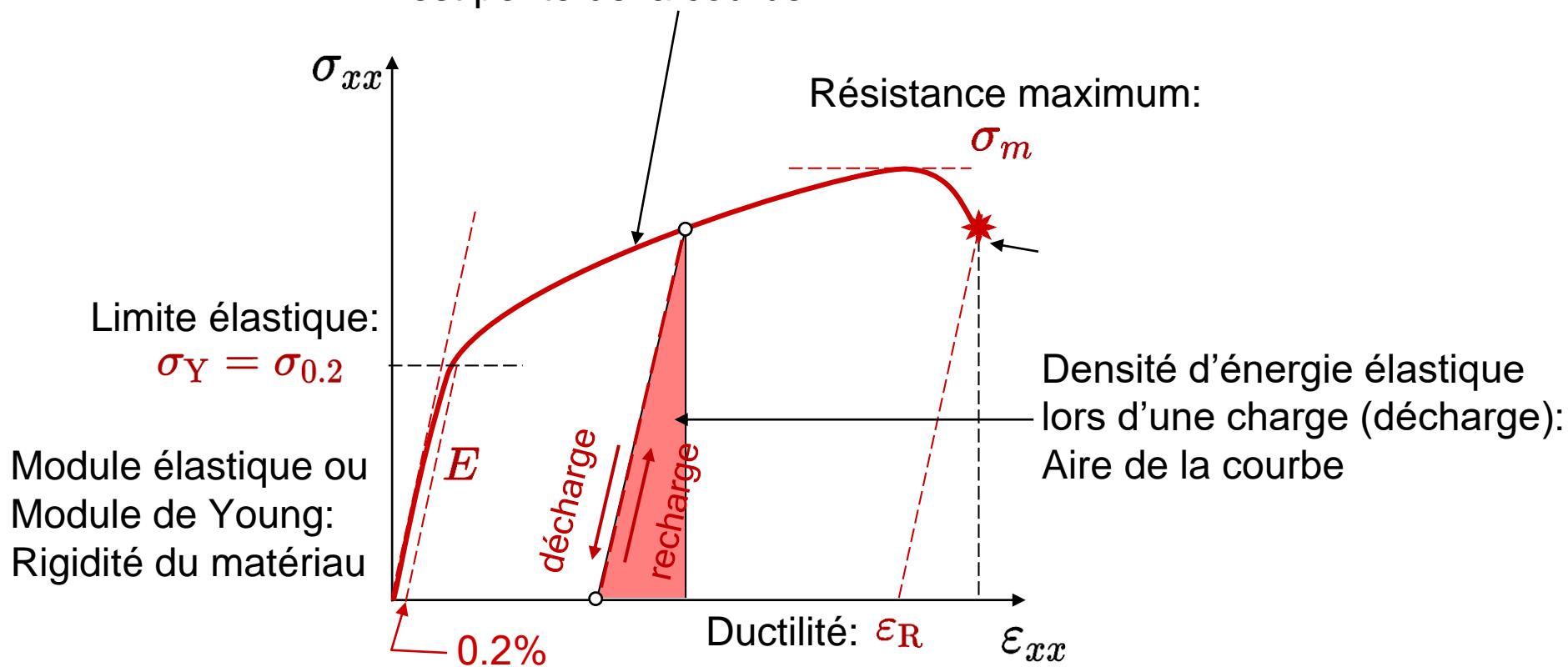
La déformation plastique des **métaux** est liée à des défauts linéaires, les **dislocations**. Elles facilitent le déplacement des liaisons au sein du cristal (ou d'un grain).



Métaux

Résumé:

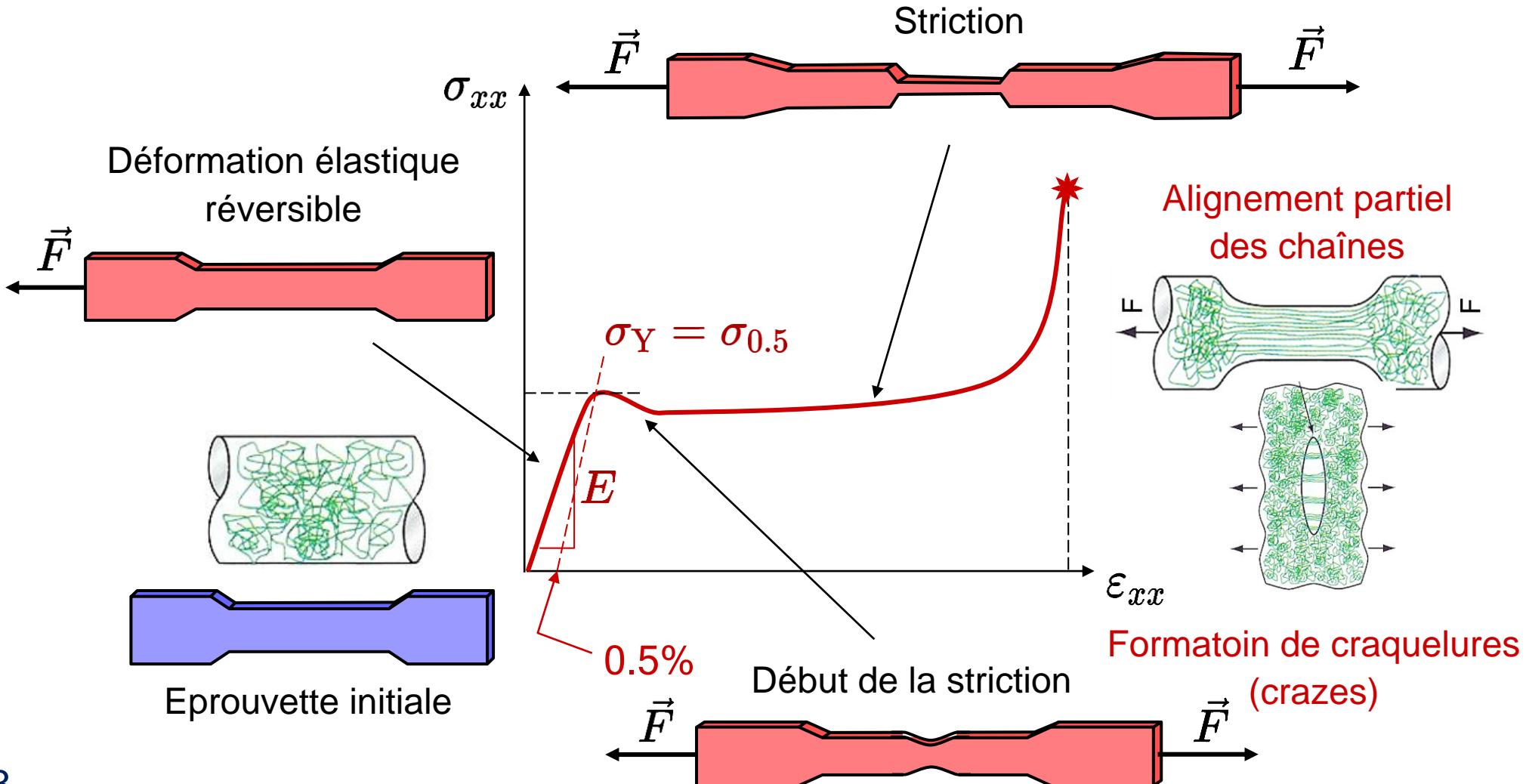
Augmentation de la limite élastique due à l'écrouissage: **le coefficient d'écrouissage** est pente de la courbe



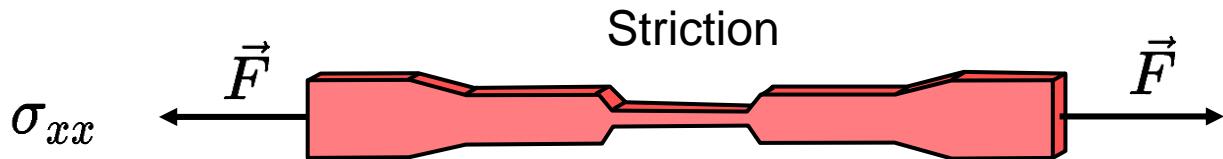
Lors de la déformation plastique, il y a une contribution élastique (augmentation de la limite élastique) qui peut être «récupérée» lors de la décharge. La composante plastique est irréversible (énergie interne/défaux du matériau + chaleur).

Polymères

A la différence des métaux, un polymère thermoplastique ductile continue de se déformer après le début de la striction.



Polymères



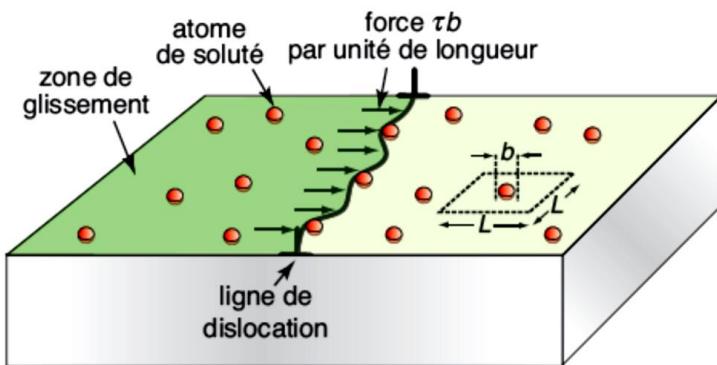
- A la différence des métaux, **les polymères ne sont pas ou peu cristallins**, et sont formés de liaisons covalentes le long des chaînes de macromolécules, et de liaisons faibles entre les chaînes.
- **L'enchevêtrement** des chaînes joue un rôle important lors de la déformation, ce qui rend le matériau sensible à la **vitesse de déformation** et à la **température**. Une température de référence importante est la température de transition vitreuse.

Table des matières

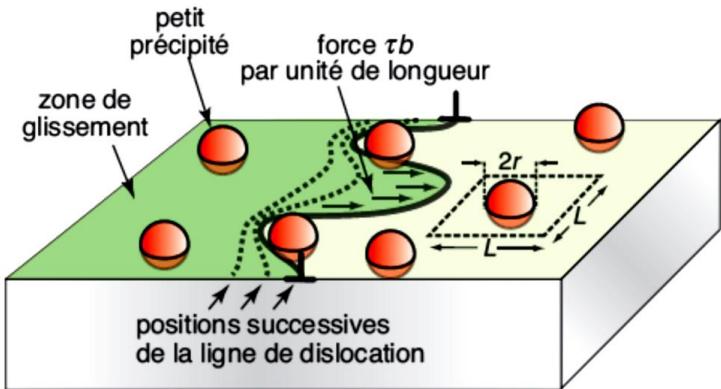
- **Plasticité** des métaux
- Propriété des céramiques: **Dureté**
- Facteur d'intensité de contraintes et **Ténacité**
- Rupture fragile: céramiques et polymères (basse T)
- Rupture ductile: métaux et polymères

Plasticité des métaux

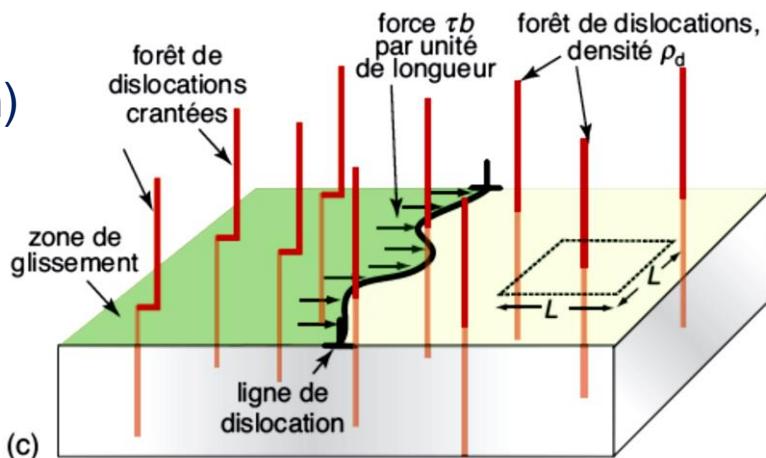
Alors que le module élastique (rigidité) d'un métal est plus ou moins fixé, sa **limite élastique** peut être modifiée de plusieurs manières en freinant le mouvement des dislocations par divers mécanismes:



Durcissement par
solution solide
(atomes en solution)



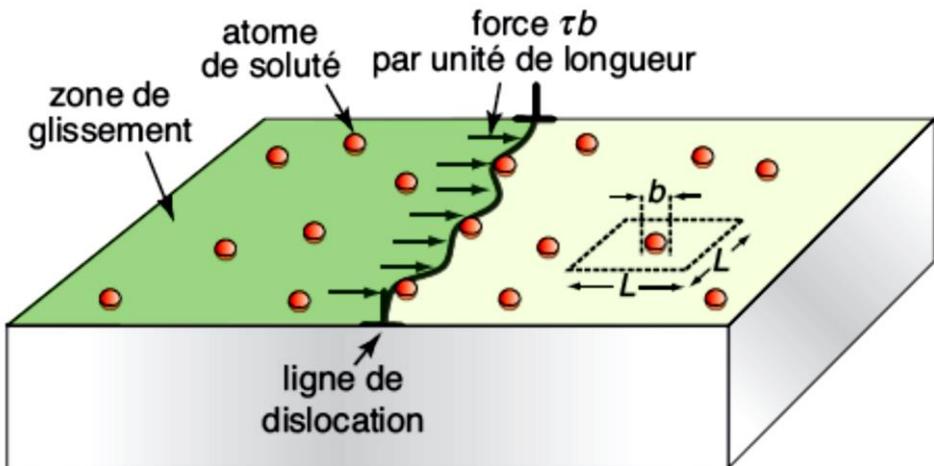
Durcissement par
des **précipités**



Durcissement par les **dislocations** elles-mêmes: **écrouissage**

Plasticité des métaux

Premier type d'obstacle au mouvement des dislocations : les **atomes (étrangers)** **en solution solide**, c-a-d insérés dans la maille unitaire de l'élément principal, sans former une nouvelle phase



Durcissement par **solution solide** (atomes en solution)

Les éléments d'alliage sont des atomes qui ont une taille différente, et viennent se mettre préférentiellement autour des dislocations, ce qui freine leur mouvement

$$\Delta\sigma_Y^{ss} = K_{ss} G \delta \sqrt{X}$$

δ : différence de rayons atomiques entre les atomes interstitiels et ceux de la maille de départ [m]

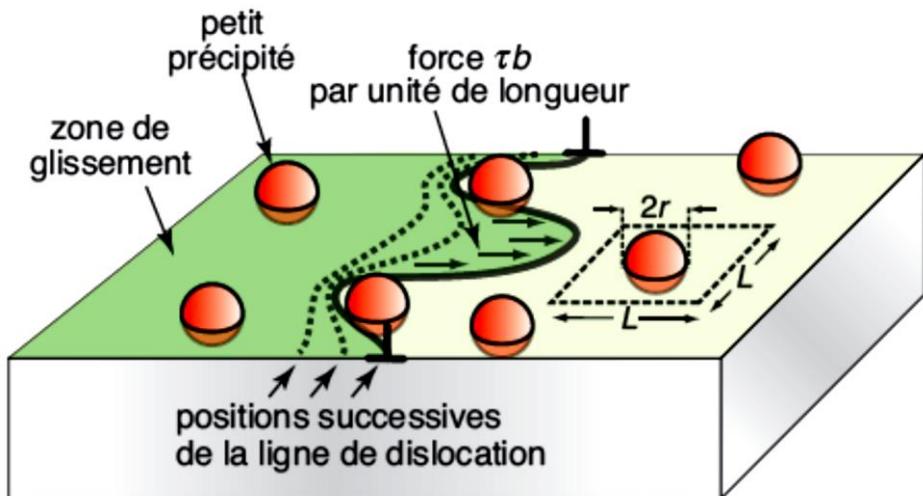
G : module de cisaillement [Pa]

X : composition en atomes interstitiels [-]

K_{ss} est une constante

Plasticité des métaux

Deuxième type d'obstacle au mouvement des dislocations : les **précipités**, petites particules formant une nouvelle phase (nouvelle maille unitaire), que les dislocations ne peuvent en général pas traverser.



Durcissement par **précipités**

Les dislocations doivent se courber pour finalement passer de l'autre côté des précipités, ce qui demande une contrainte supplémentaire, d'autant plus grande que les précipités sont proches les uns des autres (L petit).

$$\Delta\sigma_Y^{pr} = K_p \frac{Gb}{L}$$

G : module de cisaillement [Pa]

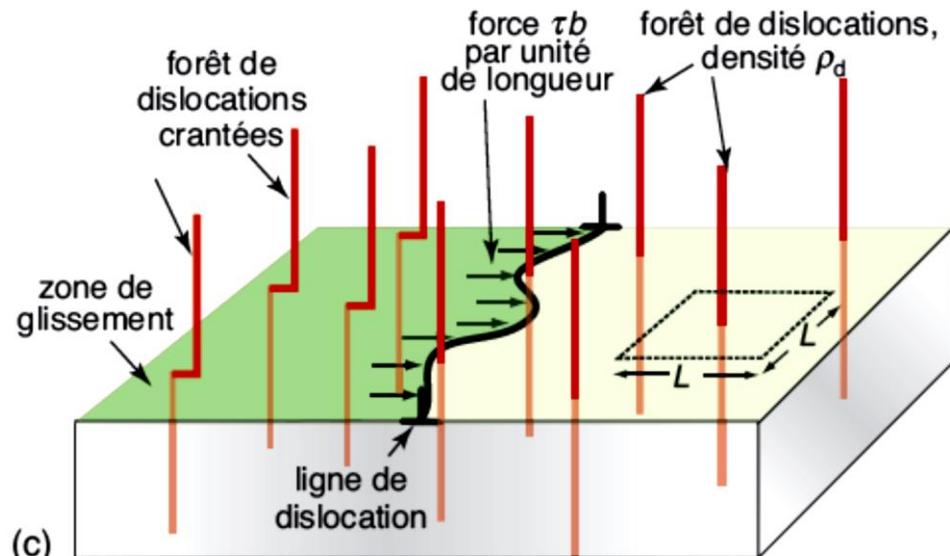
L : distance entre obstacles [m]

b : norme du vecteur de Burgers [m]

K_p : constante

Plasticité des métaux

Troisième type d'obstacle au mouvement des dislocations : **les autres dislocations**.



Durcissement par **dislocations**

Les dislocations constituent des obstacles les unes pour les autres, elles se bloquent mutuellement dans leur déplacement.

Densité de dislocations ρ_d [m / m³] :
Longueur cumulée par unité de volume

$$\Delta\sigma_Y^{ec} = K_e G b \sqrt{\rho_d}$$

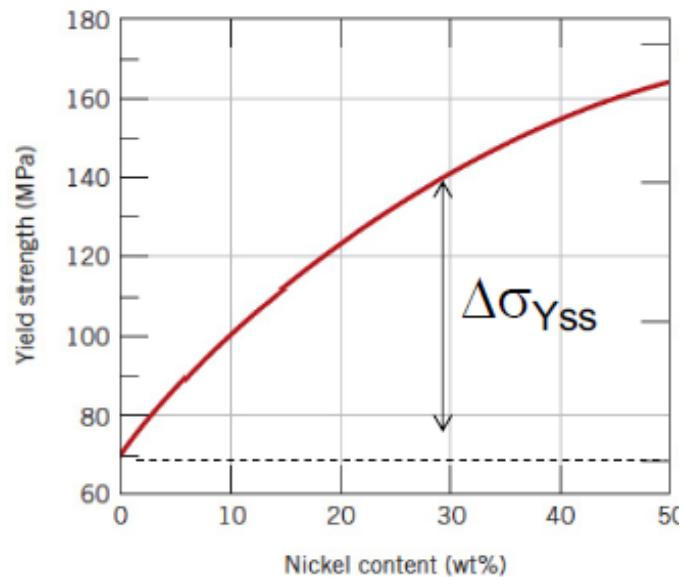
G: module de cisaillement [Pa]

ρ_d : densité de dislocations [m⁻²]

b: norme du vecteur de Burgers [m]

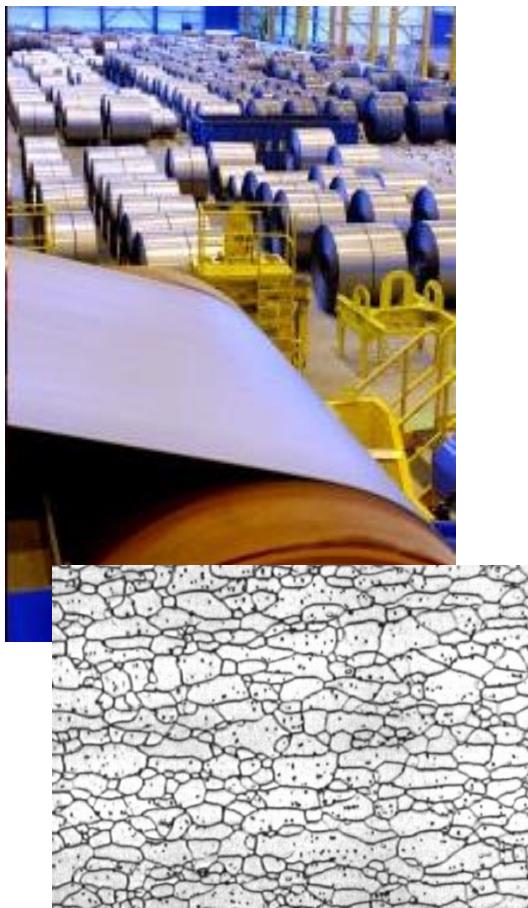
K_e : constante

Illustration des 3 mécanismes précédents



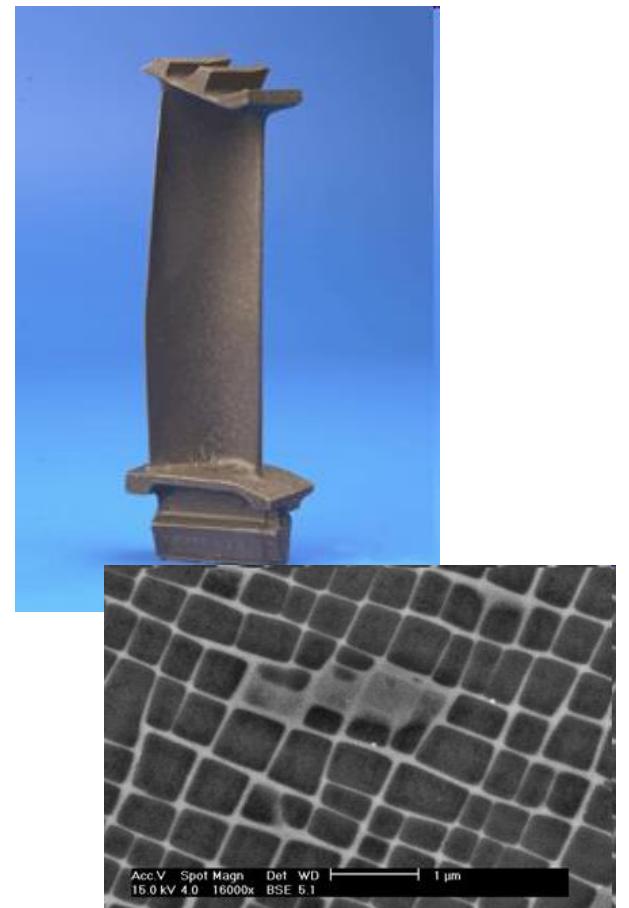
Limite élastique d'alliage Cu-Ni
en fonction de la composition
(solution solide)

Mc Callister, Introduction to materials



Structure écrouie d'un
acier laminé à froid

<http://www.arcelormittal.com/>



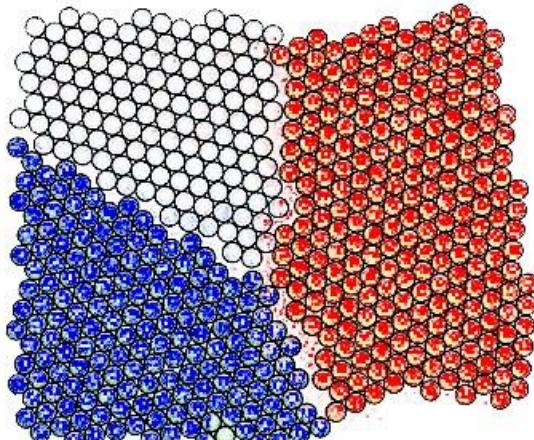
Durcissement par des précipités
Ni₃Al dans des alliages base Ni

<http://www.camm.ohio-state.edu/>

4^e mécanisme : taille de grains

Un autre mécanisme très utilisé pour freiner/bloquer les dislocations est de réduire la **taille des grains**.

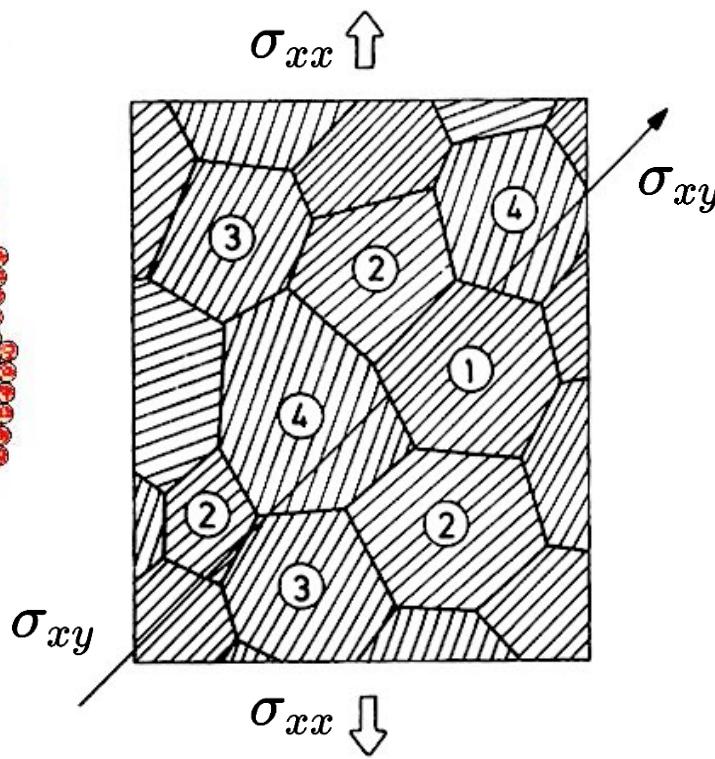
Dans un échantillon polycristallin, les interfaces entre grains (joints de grains) ont tendance à bloquer les dislocations. **Effet Hall-Petch**.



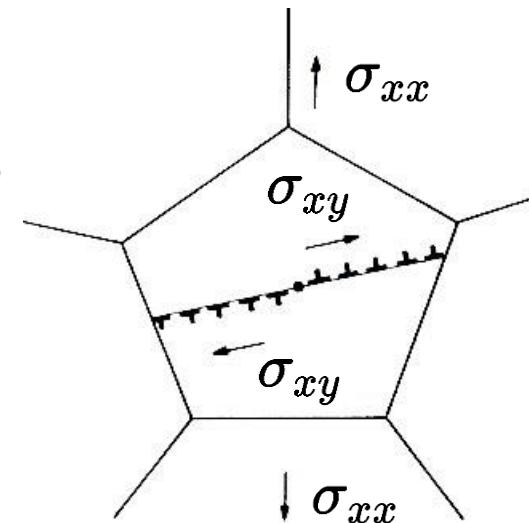
Joints de grains

$$\Delta\sigma_Y^{\text{HP}} = \frac{K_{\text{HP}}}{\sqrt{\phi_g}}$$

ϕ_g : diamètre des grains



Échantillon polycristallin soumis à une traction



Activation d'un système de glissements avec accumulation des dislocations aux joints

Résumé : plasticité des métaux

Au final:

$$\sigma_Y = \sigma_Y^C + \Delta\sigma_Y^{ss} + \Delta\sigma_Y^{pr} + \Delta\sigma_Y^{ec} + \Delta\sigma_Y^{HP}$$

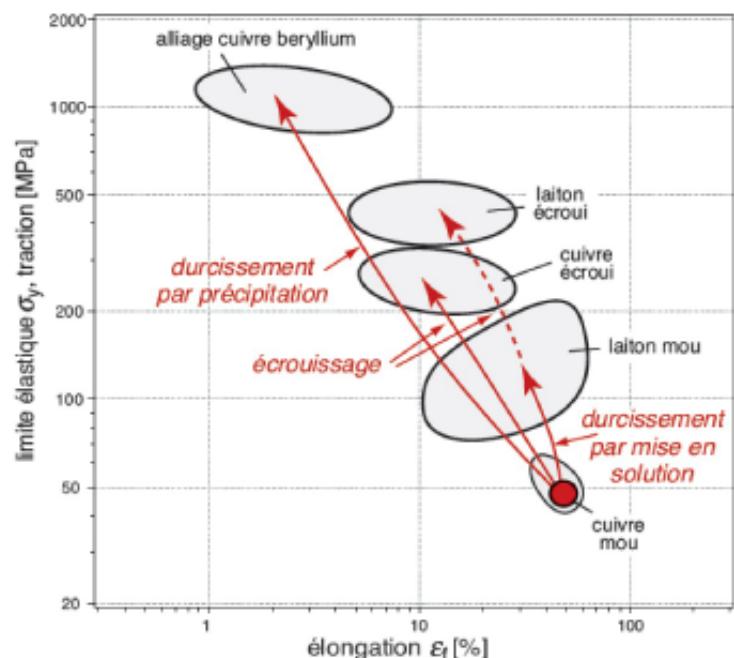


| Alliage | Usage typique | Solution solide | Precipit. | Ecrouissage |
|--------------------------------|--|-----------------|-----------|-------------|
| Pur Al | Papier alu cuisine | | | XXX |
| Pur Cu | Fil | | | XXX |
| Al, Mg coulé | Pièces auto | XXX | X | |
| Bronze (Cu-Sn), Laiton (Cu-Zn) | Pièces maritimes | XXX | X | XX |
| Al laminé non traité | Bateaux, cannettes, structures | XXX | | XXX |
| Al laminé traité à chaud | Avions, structures | X | XXX | X |
| Acier bas carbone | Carrosseries, structures, bateaux, cannettes | XXX | | XXX |
| Acier peu allié | Pièces auto, outils | X | XXX | X |
| Acier inox | Récipients pression | XXX | X | XXX |
| Alliages Ni coulés | turbines moteur avion | XXX | XXX | |

Tiré de Ashby et al.

XXX: très utilisé

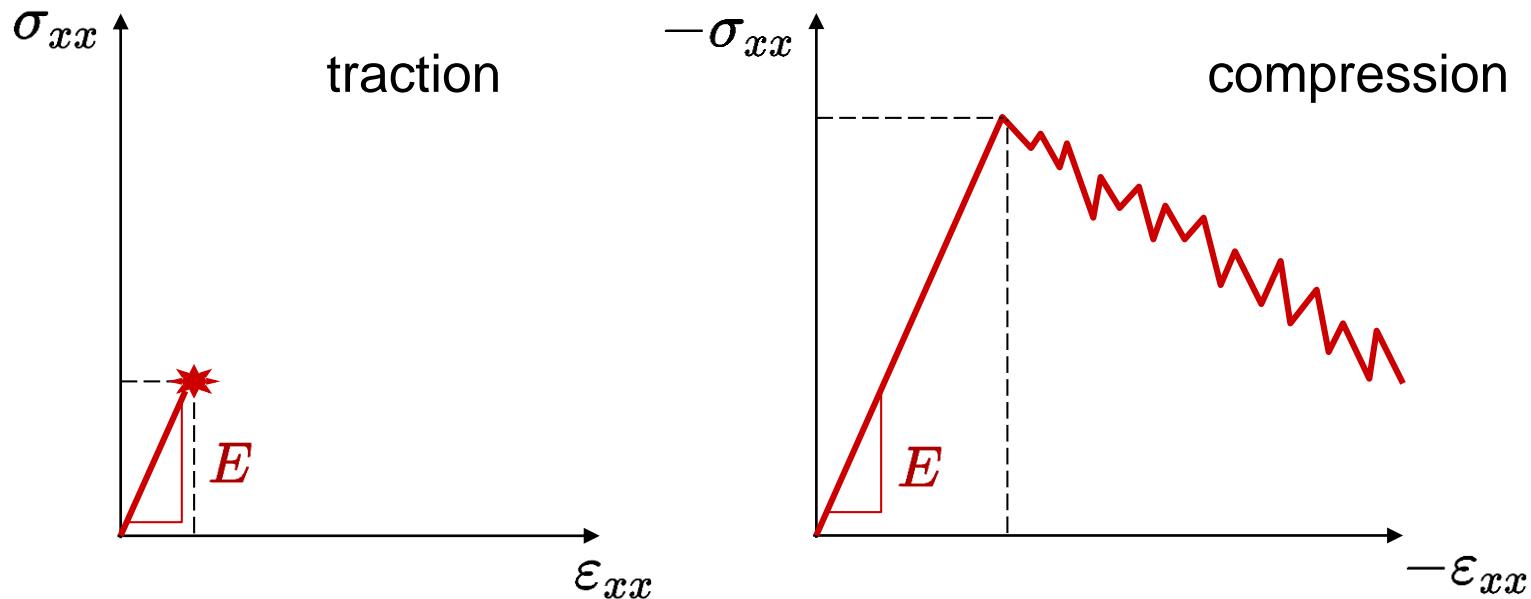
X: parfois utilisé



Exemple : alliages de Cuivre
(laiton : Cu + Zn)

Propriétés des céramiques

Les céramiques, mais aussi le béton, sont particulièrement **fragiles** en traction: elles rompent par **fracture** avant d'atteindre leur limite élastique. En compression, leur résistance peut être bien plus élevée.



| | |
|------------------|---|
| Exemples: | saphir (Al₂O₃) * $E = 345 \text{ GPa}$ |
| Compression: | $\sigma_m \approx 2'000 \text{ MPa}$ / Traction: $\sigma_m \approx 400 \text{ MPa}$ |
| Béton: | $E = 30 \text{ GPa}$ (compression) |
| Compression: | $\sigma_m \approx 30 \text{ MPa}$ / Traction: $\sigma_m \approx 3 \text{ MPa}$ |

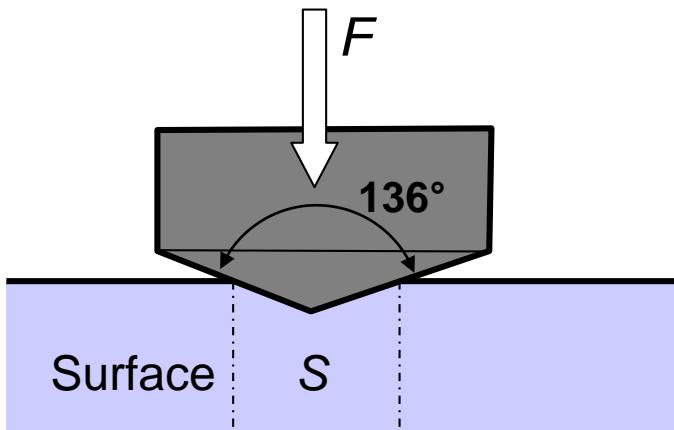
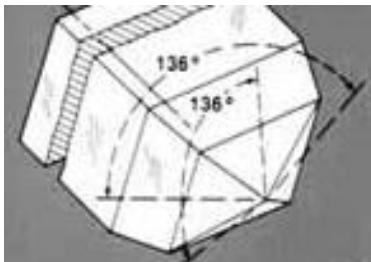
*http://www.mt-berlin.com/frames_cryst/descriptions/sapphire.htm

Dureté des matériaux

La mesure de σ_{el} (ou σ_m ou σ_Y) par un test en traction ou en compression n'est pas toujours aisée, surtout pour les céramiques. Afin de comparer différents matériaux, on peut avoir recours à **un test de dureté**.

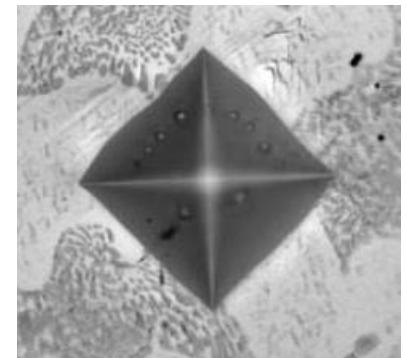
Principe: Une pointe en diamant (très dure) est appliquée avec une force (via une masse) sur la surface du matériau. Après retrait, on mesure l'empreinte laissée.

Vickers

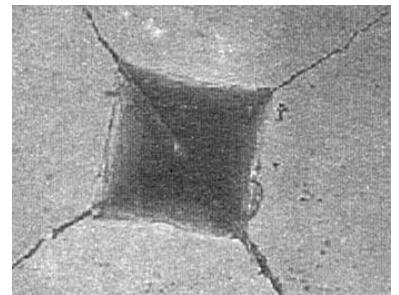


La dureté Vickers est donnée par le rapport de la masse, ou la force en unité de kgf, divisée par la surface de l'empreinte de contact (en mm^2):

$$H_V = \frac{m \text{ (kg)}}{S \text{ (mm}^2\text{)}} = \frac{F \text{ (N)}}{g \text{ (ms}^{-2}\text{)} \times S \text{ (mm}^2\text{)}}$$



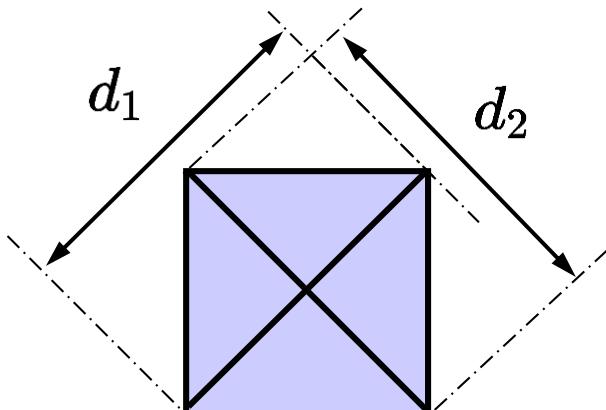
Ni - Cr - Mo - Ti



Matériau fragile

Dureté des matériaux

La dureté est une mesure indirecte de la limite élastique.



$$H_V = \frac{1.854}{g(\text{ ms}^{-2})} \times \frac{F(N)}{d^2(\text{ mm}^2)}$$

$$H_V = 0.189 \times \frac{F}{d^2} \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$H_V = 1.854 \times \frac{m}{d^2} \quad [\text{kg/mm}^2]$$

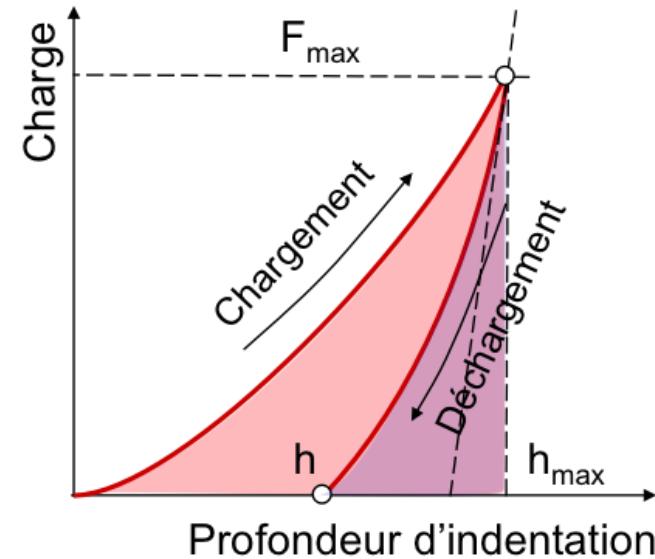
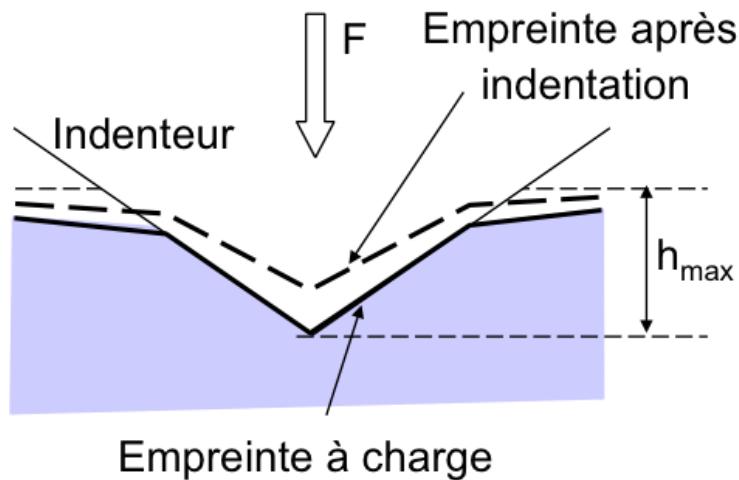
$$H_V^{\text{MPa}} = g \times \frac{m \text{ (kg)}}{S \text{ (m}^2\text{)}} \times 10^{-6} = g \times \frac{m \text{ (kg)}}{S \text{ (mm}^2\text{)}} = g \times H_V$$

Comme le matériau déformé sous la pointe est contraint par le matériau autour, H_V exprimé en MPa est plus grand que σ_Y . Il est environ 3 fois plus grand pour une grande majorité des matériaux:

$$H_V^{\text{MPa}} = g \times H_V \approx 3 \times \sigma_Y \text{ [MPa]} \quad \text{ou} \quad H_V \approx \frac{1}{3} \sigma_Y \text{ [MPa]}$$

Dureté des matériaux

Lors d'un test de dureté, on a les phénomènes suivants:



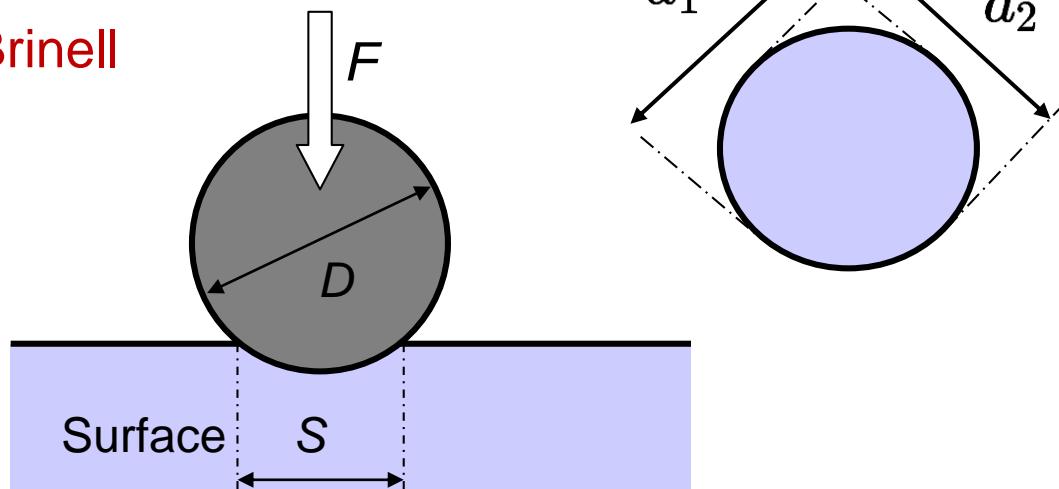
- La dureté est liée à la déformation plastique après indentation, et donc **à la notion de limite élastique**.
- La force étant appliquée sur une surface très faible, on entre très vite dans le domaine plastique: la déformation du matériau est la somme d'une composante élastique et d'une composante plastique.
- Un **retour élastique** a lieu lors de la décharge. La pente initiale de la courbe de décharge correspond au module d'Young.

Dureté des matériaux

Dureté Brinell

Sphère de 1 à 10 mm de diamètre D , en acier trempé ou en carbure de tungstène.

Rockwell
Brinell



$$H_B = 0.102 \frac{2F [N]}{\pi D (D - \sqrt{D^2 - d^2}) [\text{mm}^2]}$$

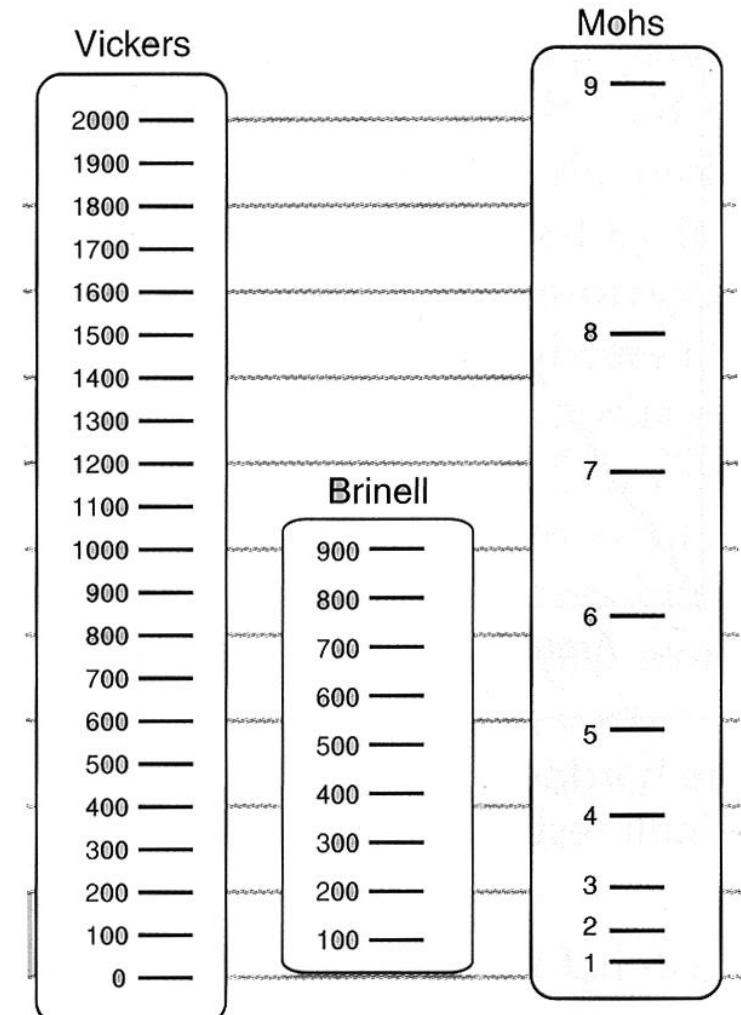
| Matériaux | Nombre de Brinell |
|----------------|----------------------|
| Bois tendre | 1.6 HBS 10/100 |
| Bois dur | 2.6 à 7.0 HBS 10/100 |
| Aluminium | 15-150 HB |
| Cuivre | 35 HB |
| Acier doux | 120 HB |
| Acier Inox | 250 HB |
| Verre | 550 HB |
| Acier à outils | 650 à 700 HB |

Dureté des matériaux

Quelques duretés typiques sont données ci-contre, avec une conversion entre duretés Vickers, Brinell et indice Mohs.

| | | |
|----|----------|---------------------------------|
| 1 | Talc | $Mg_3Si_4O_{10}(OH)_2$ |
| 2 | Gypse | $CaSO_4 \cdot 2H_2O$ |
| 3 | Calcite | $CaCO_3$ |
| 4 | Fluorine | CaF_2 |
| 5 | Apatite | $Ca_5(PO_4)_3(OH^-, Cl^-, F^-)$ |
| 6 | Orthose | $KAISi_3O_8$ |
| 7 | Quartz | SiO_2 |
| 8 | Topaze | $Al_2SiO_4(OH^-, F^-)_2$ |
| 9 | Corindon | Al_2O_3 |
| 10 | Diamant | C |

Indice de dureté Mohs



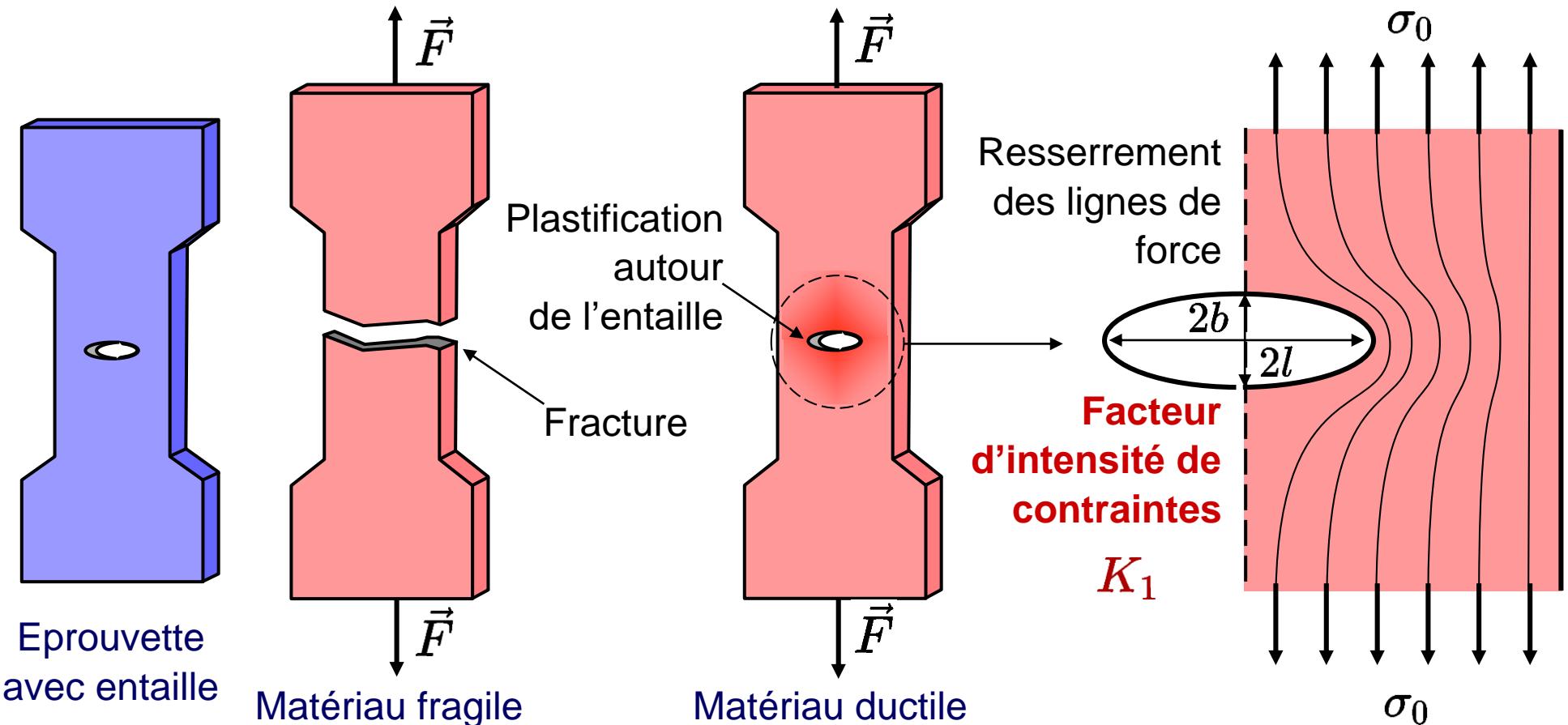
Ténacité des matériaux

La résistance d'un matériau n'est pas tout: de nombreux accidents graves (conduites d'eau ou de gaz, avions, bateaux, ...) sont dus à la **propagation rapide de fissures**, menant à la **rupture**. Il faut définir une autre propriété des matériaux: leur **ténacité**.



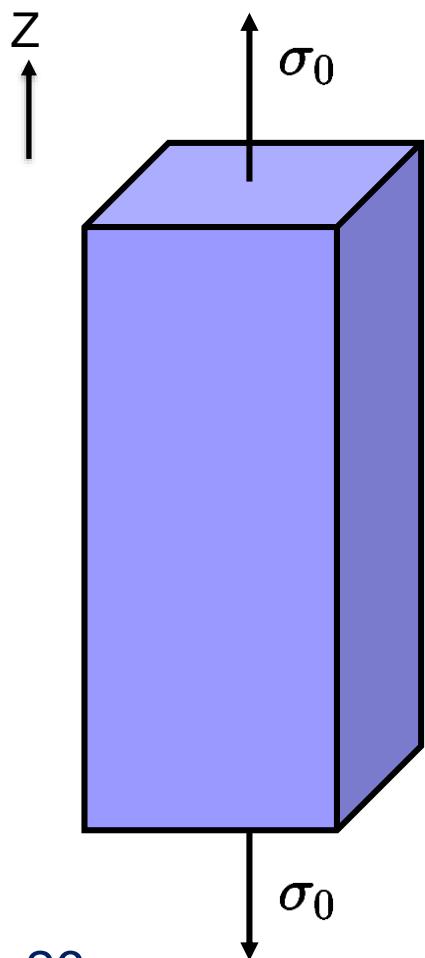
Rupture et ténacité des matériaux

Un matériau **fragile** se différencie d'un matériau **ductile** par son comportement lors de la propagation d'une fissure.



Rupture et ténacité des matériaux

Considérons tout d'abord le cas d'un matériau idéalement élastique (**aucune plasticité**, donc fragile), fragilisé par une fissure traversante sur l'épaisseur de l'échantillon, de profondeur l .



Sans fissure:

- contrainte uniforme dans le volume

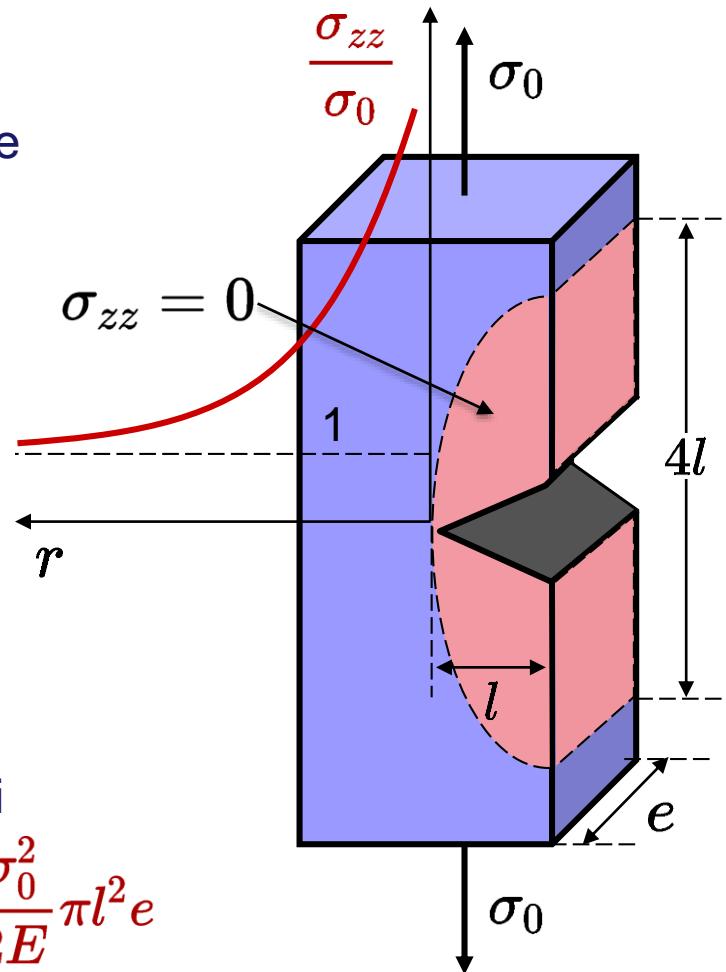
Avec fissure:

- contrainte en pointe de fissure plus élevée:

$$\sigma(r) \propto \frac{\sigma_0 \sqrt{\pi l}}{\sqrt{r}}$$

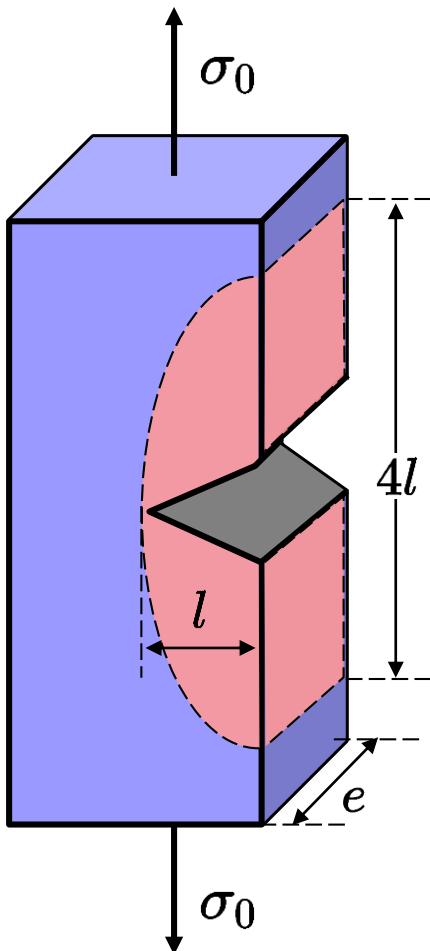
- relâchement des contraintes dans une zone (en rose) autour de la fissure (approximée par un ellipsoïde). Energie élastique ainsi relâchée:

$$W_E = -\frac{\sigma_0^2}{2E} \pi l^2 e$$



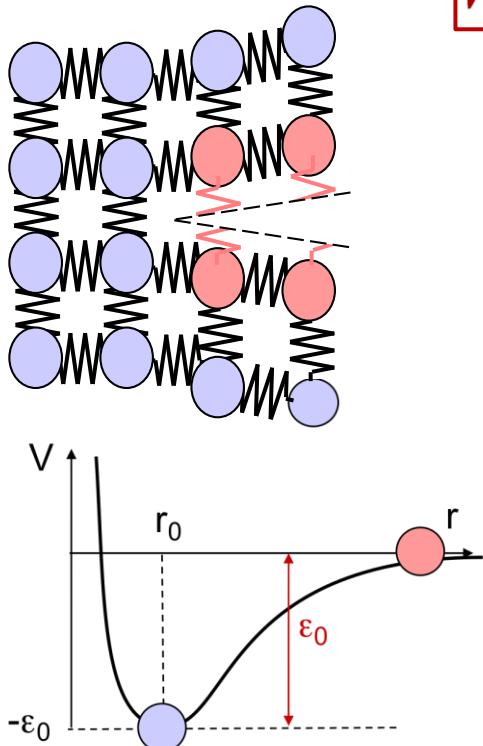
Rupture et ténacité des matériaux

Mais si de l'énergie élastique est relâchée par la présence de la fissure, la fissure a aussi nécessité de casser des liaisons interatomiques pour **créer deux surfaces**.



Si l'on définit l'énergie de surface (solide-air) par γ , l'énergie de surface qui a été nécessaire pour créer la fissure est:

$$W_\gamma = 2\gamma le$$



Avec un potentiel de Lennard-Jones, on obtient:

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0}{r_0^2} \sim \text{J / m}^2$$

$$\epsilon_0 \cong 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

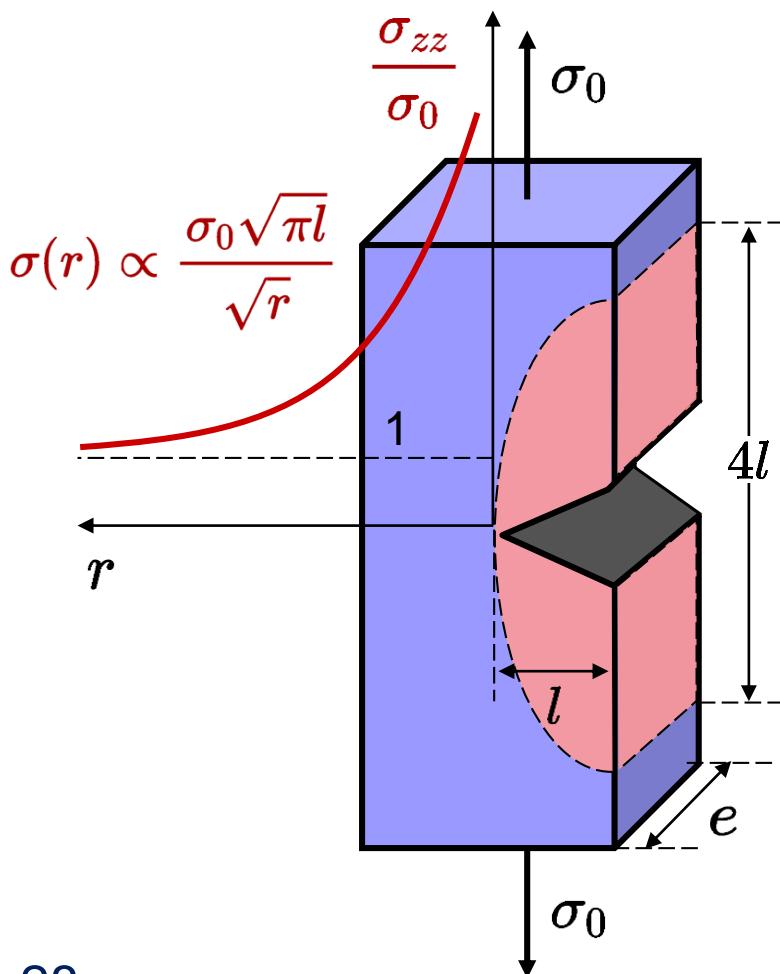
(énergie de liaison)

$$r_0 \cong 3 \text{ \AA} = 3 \times 10^{-10} \text{ m}$$

(distance inter-atomique)

Rupture et ténacité des matériaux

Casser des liaisons (et donc créer des surfaces «libres») a pour effet de relâcher des contraintes dans le matériau, comme si le volume «actif» du matériau diminuait.



On définit alors le **facteur d'intensité de contrainte**:

$$K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi l} \quad [\text{Pa m}^{1/2}]$$

$$\rightarrow \sigma(r) \propto \frac{K_1}{\sqrt{r}}$$

Bilan d'énergie:

- celle nécessaire pour créer 2 surfaces (coût)
- – le gain d'énergie élastique relâchée dans la zone rose (approximée à un ellipsoïde):

$$\rightarrow W(l) = 2\gamma le - \frac{\sigma_0^2}{2E} \times \pi el^2$$

Rupture et ténacité des matériaux

Le bilan d'énergie entre surfaces créées et relâchement des contraintes dans le volume:

$$W(l) = 2\gamma le - \frac{\sigma_0^2}{2E} \times \pi el^2$$

présente un maximum pour une longueur caractéristique: $l_c = \frac{2\gamma E}{\pi\sigma_0^2}$

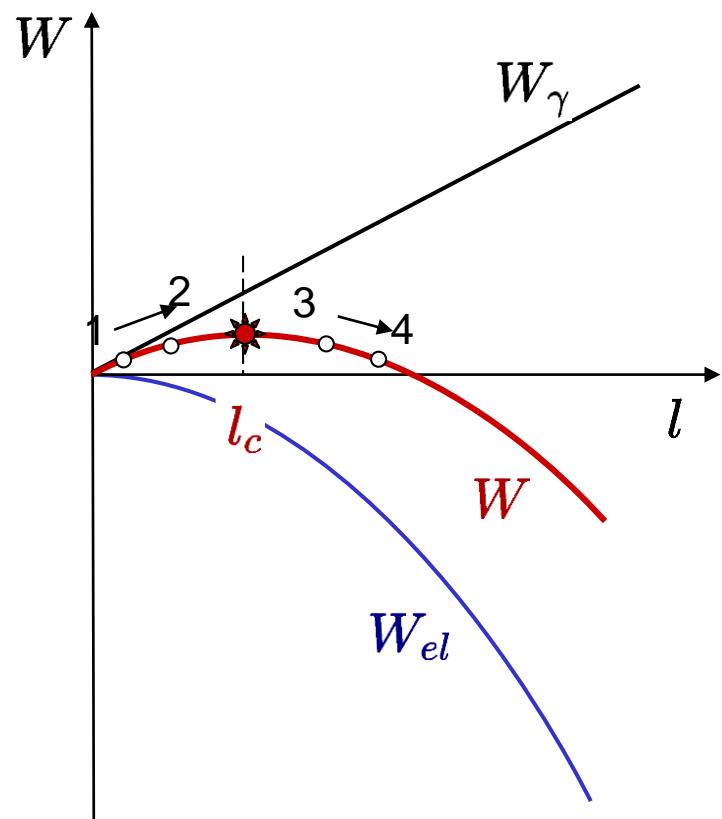
Si $l < l_c$: $W(l + \delta l) > W(l)$ Cela **coûte** de l'énergie pour faire avancer la fissure

Si $l > l_c$: $W(l + \delta l) < W(l)$ Il y a un **gain** d'énergie à faire avancer la fissure (croissance spontanée)

Rupture et ténacité des matériaux

Pour savoir si la fissure va avancer, on compare la différence d'énergie associée à une avance incrémentale δl de celle-ci.

$$\delta W = W(l + \delta l) - W(l) = -\frac{\sigma_0^2}{2E} \pi e [(l + \delta l)^2 - l^2] + 2\gamma e \delta l \cong \left[-\frac{\sigma_0^2}{E} \pi l + 2\gamma \right] e \delta l$$



La **longueur critique de fissure** vaut donc:

$$l_c = \frac{2\gamma E}{\pi \sigma_0^2}$$

ou

$$\sigma_0 \sqrt{\pi l_c} = \sqrt{2\gamma E}$$

Le terme de droite, **propriété d'un matériau idéalement élastique (fragile)** est **sa ténacité** :

$$K_{1c} = \sqrt{2\gamma E} \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

alors que $K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi l}$, le facteur d'intensité de contrainte se réfère aux conditions de chargement.

Rupture et ténacité des matériaux

Si : $K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi l} < K_{1c} = \sqrt{2\gamma E}$ La fissure est **stable**

Si : $K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi l} > K_{1c} = \sqrt{2\gamma E}$ La fissure **se propage** spontanément

- Pratiquement, pour une pièce contenant des fissures dont la plus grande a une **longueur** l_{max} , il faut vérifier que la contrainte appliquée:

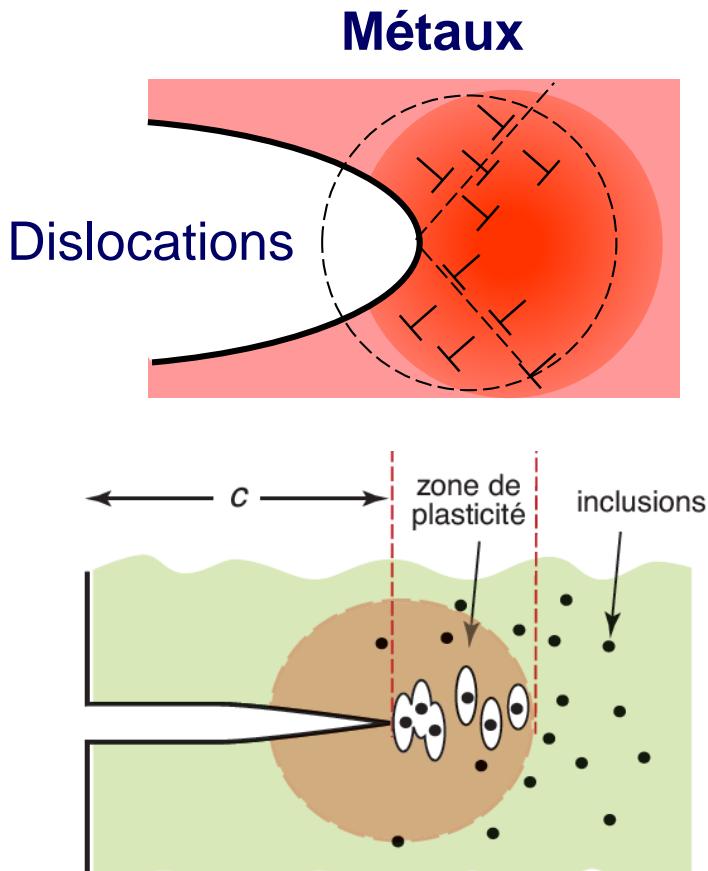
$$\sigma_0 < \frac{\sqrt{2\gamma E}}{\sqrt{\pi l_{max}}} = \frac{K_{1c}}{\sqrt{\pi l_{max}}}$$

- Inversement, si une **contrainte** σ_0 est appliquée sur une pièce (élastique-fragile), il faudra vérifier que la longueur maximum de fissure l_{max} dans ce matériau est telle que :

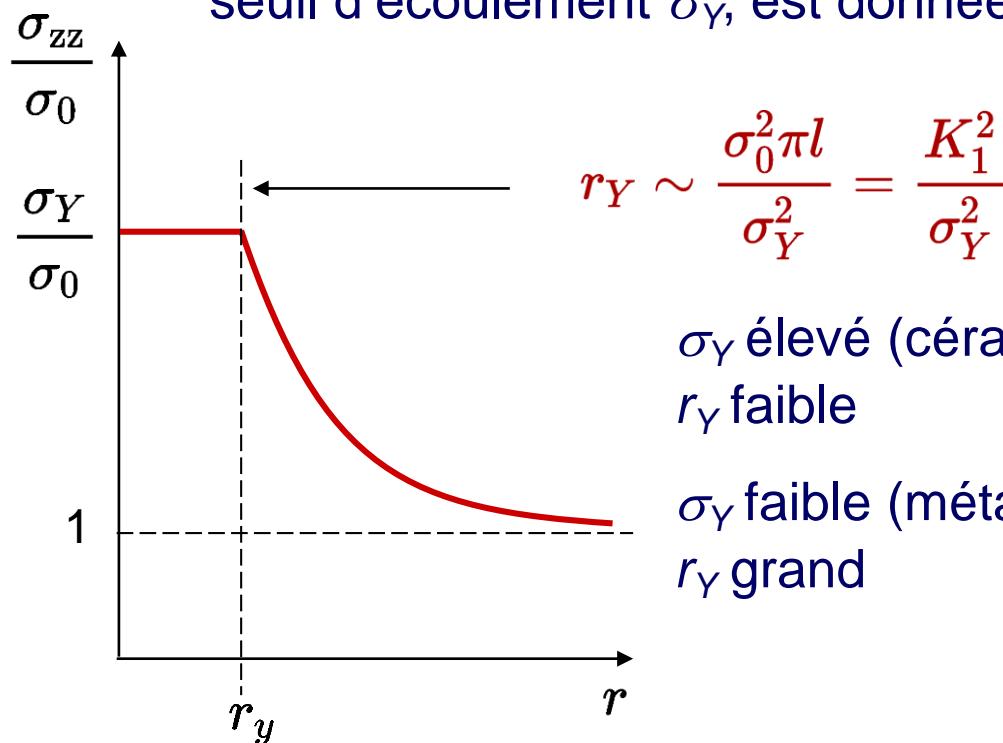
$$l_{max} < \frac{2\gamma E}{\pi \sigma_0^2} = \frac{K_{1c}^2}{\pi \sigma_0^2}$$

Rupture et ténacité des matériaux

Pour un matériau présentant de la **plasticité**, il va se former une zone en pointe de fissure qui plastifie le matériau et qui va avoir tendance à arrondir celle-ci.



Pour un comportement idéal élastique-plastique, la dimension r_Y de la zone en avant de la fissure qui est arrivée au seuil d'écoulement σ_Y , est donnée par:



σ_Y élevé (céramique):
 r_Y faible

σ_Y faible (métaux mous):
 r_Y grand

Rupture et ténacité des matériaux

Dans le cas de **matériaux ductiles**, l'avance de la fissure requiert toujours de créer 2 surfaces, mais également de plastifier le matériau en avant de la fissure à mesure qu'elle avance. Griffith introduit **l'énergie G_c** nécessaire pour faire avancer la fissure

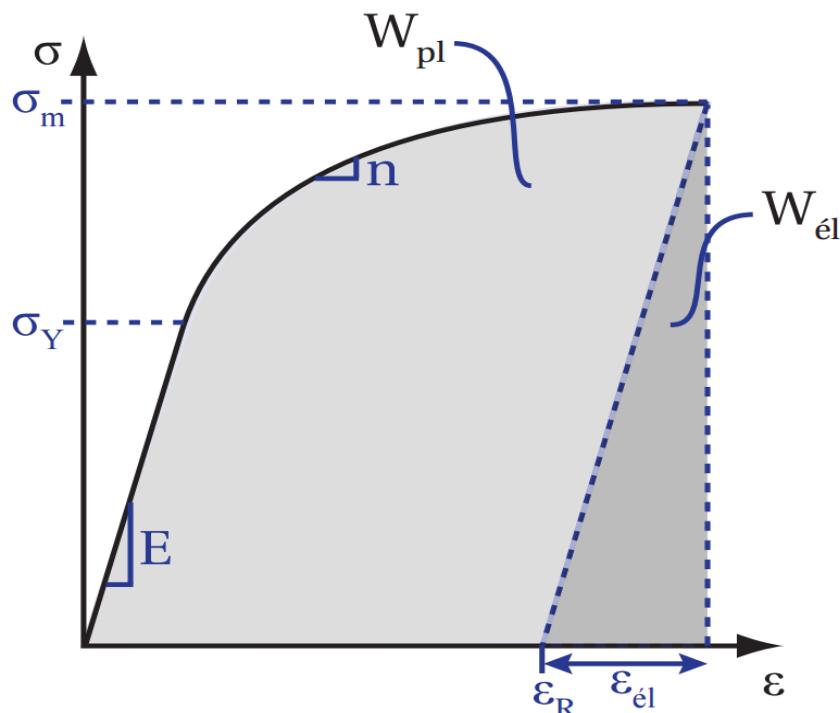
La **ténacité** d'un tel matériau est alors donnée par:

$$K_{1C} = \sqrt{G_C E}$$

Ainsi, pour un même module élastique E (voir carte d'Asphy), la ténacité d'un métal peut être 100 x plus élevée que celle d'une céramique, car sa limite élastique étant plus faible, **l'énergie de plastification** (liée au volume de la zone plastique) est beaucoup plus élevée.

Rappel : plasticité et énergies

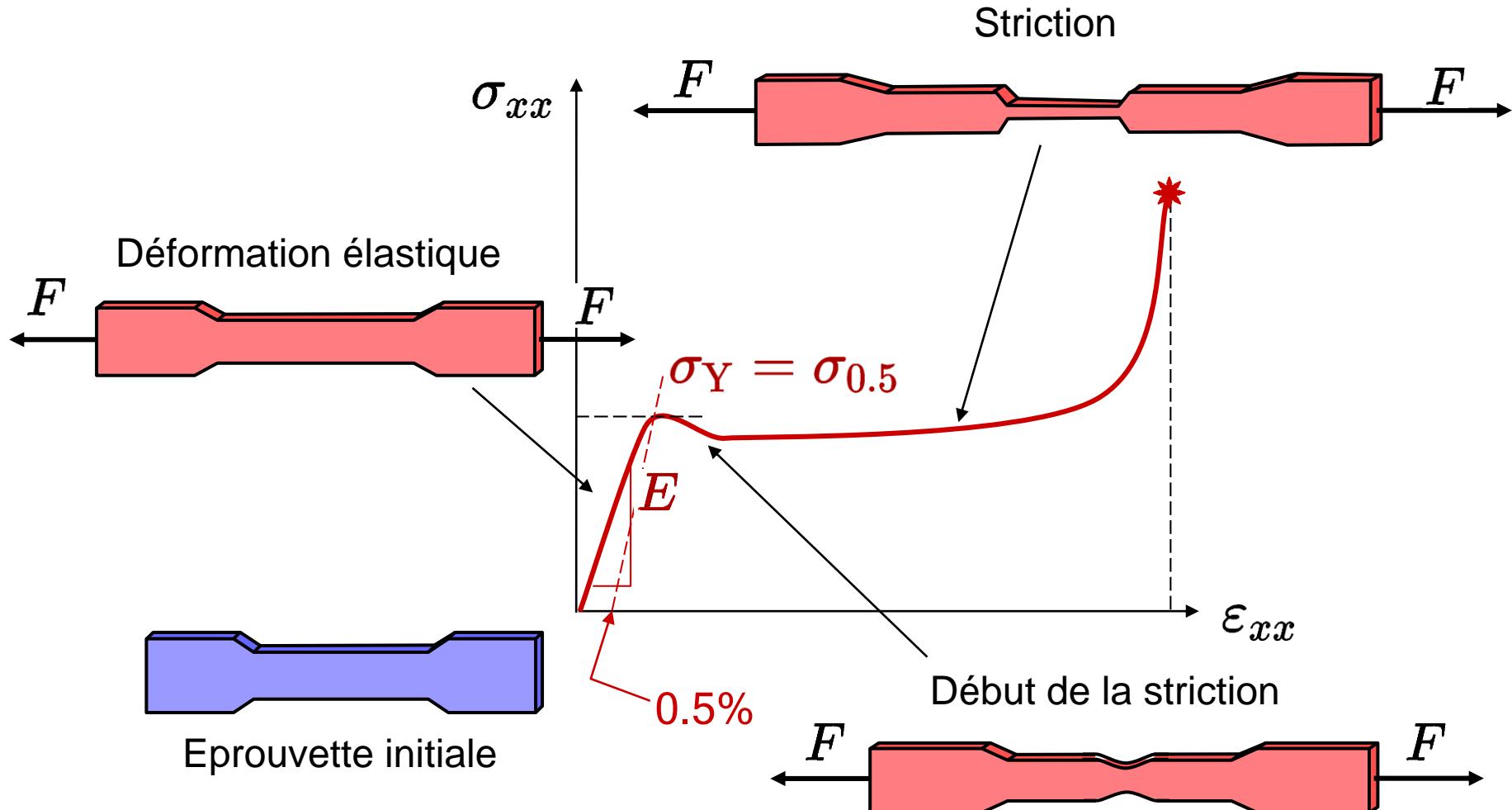
La **densité d'énergie** fournie au matériau lors de sa déformation est toujours donnée par $\int \sigma d\epsilon$ = l'aire sous la courbe contrainte-déformation.



- L'énergie élastique (W_{el}) après rupture ou fin de l'essai est restituée (réversibilité).
- L'énergie de déformation plastique (W_{pl}) est dissipée dans le matériau (chaleur, formation de défauts cristallins).

Plasticité et ténacité des polymères

A la différence des métaux, un polymère thermoplastique ductile continue de se déformer après le début de la striction.

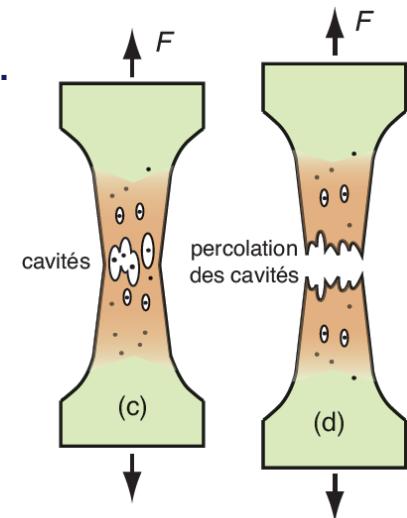
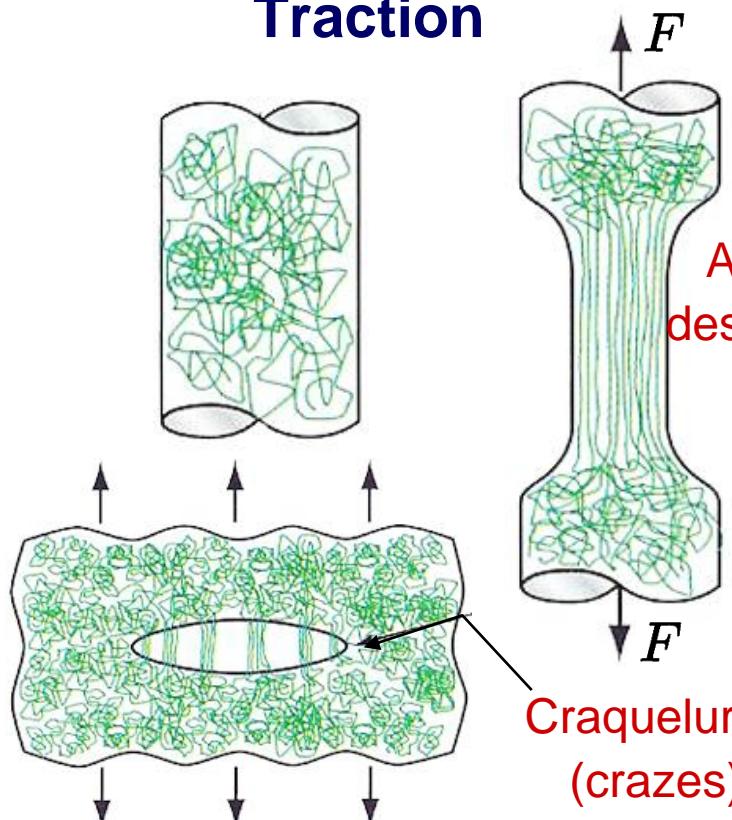


Plasticité et ténacité des polymères

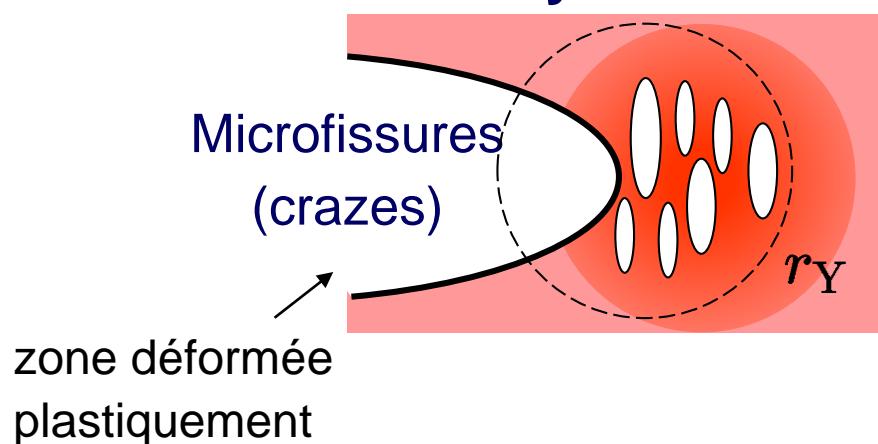
Lors de la traction en dessus de $0.75T_g$, il y a une déformation plastique locale induisant des **craquelures (crazes)** dans les polymères. La **ténacité** vient de l'**énergie** nécessaire pour former ces **craquelures**, qui ralentit la progression de la fissure.

A basse température, la rupture est fragile comme pour les céramiques.

Traction

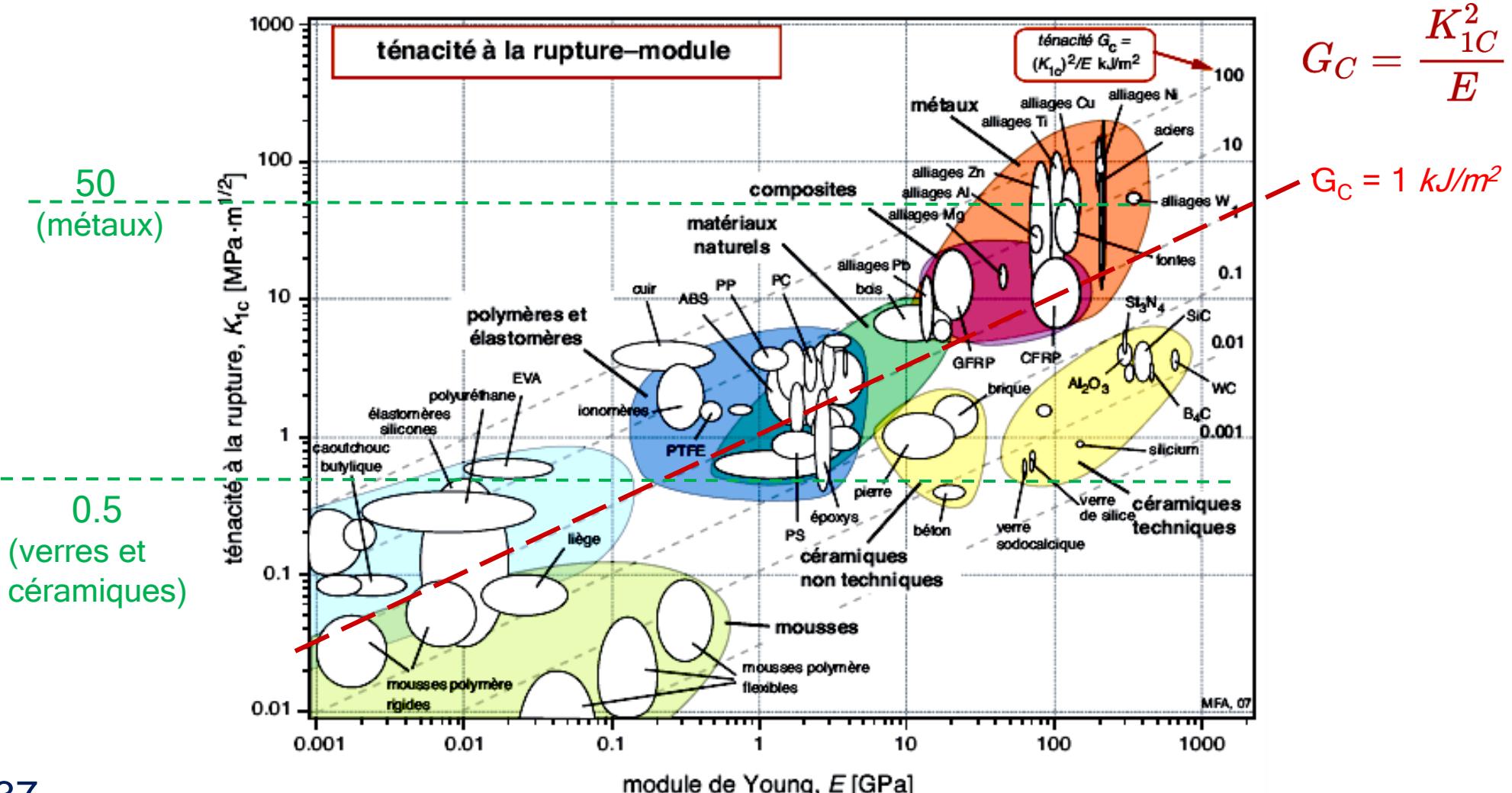


Polymères



Rupture et ténacité des matériaux

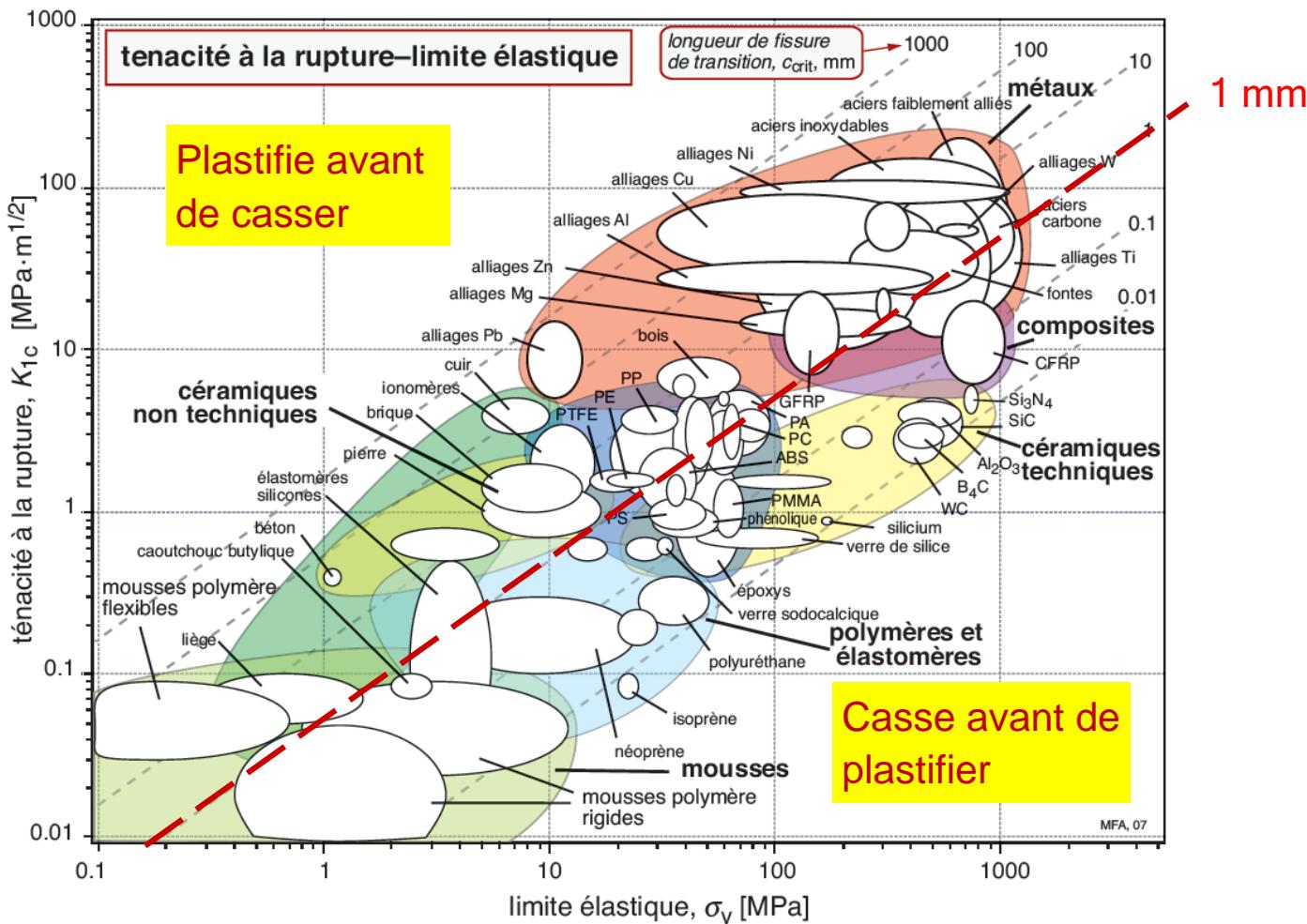
G_C ou K_{1C} mesurent la résistance du matériau à la propagation d'une fissure, la **ténacité**.



Rupture et ténacité des matériaux

Dans le cas d'un matériau idéal élastique-plastique, la contrainte maximale équivaut à la limite élastique. On peut ainsi définir une **longueur de fissure critique**:

$$l_{\text{crit}} = \frac{K_{1c}^2}{\pi \sigma_Y^2}$$

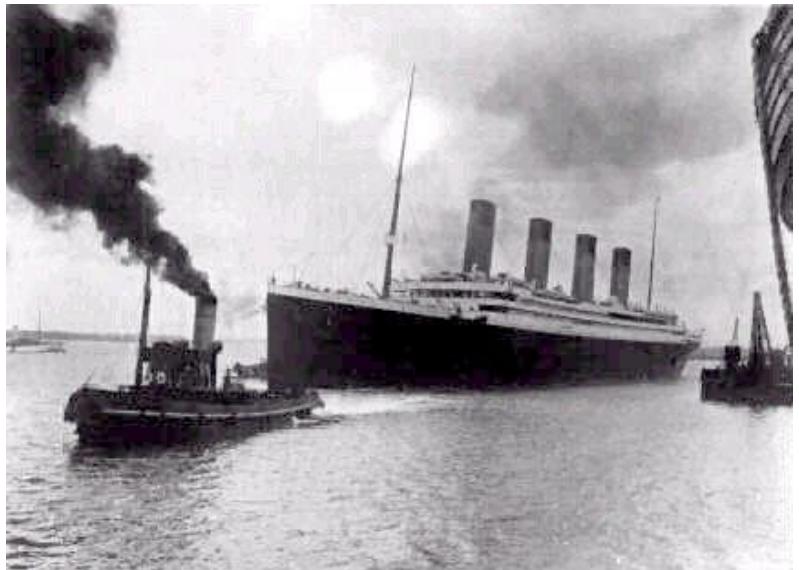


Rupture et ténacité des matériaux

La taille de la zone plastique r_Y en avant d'une fissure variant comme K_{1C}^2/σ_Y^2 , le matériau est d'autant plus **fragile** que sa ténacité K_{1C} est **faible** et/ou que sa limite élastique σ_Y est élevée.

Les métaux et polymères voient σ_Y augmenter lorsque **T décroît** : la zone de plasticité en tête de fissure se réduit.

Mis à part les métaux fcc qui restent ductiles à basse température, les autres métaux et tous les polymères passent par une **transition rupture ductile – rupture fragile**, à une température critique.



Les **hétérogénéités de la microstructure** (défauts), comme les joints de grains, peuvent aussi jouer un grand rôle dans la rupture.

Résumé

- Les céramiques sont très résistantes, mais **fragiles**.
- Un moyen de mesurer simplement la résistance d'un matériau est de faire un test de **dureté**.
- La **ténacité** K_{1C} d'un matériau, ou sa résistance à la propagation d'une fissure, est la moyenne géométrique du module élastique E et de l'énergie G_C nécessaire pour la faire avancer.
- Les matériaux fragiles sont caractérisés par $G_C = 2\gamma$, les matériaux ductiles par $G_C = (2\gamma + G_C^{pl})$, avec $G_C^{pl} \gg 2\gamma$
- Le **facteur d'intensité de contrainte** K_1 en avant d'une fissure de longueur l et sous contrainte σ_0 est défini comme $(\sigma_0(\pi l)^{1/2})$
- Lorsque $K_1 = K_{1C}$, la fissure se propage spontanément.